

## 2000 年大连理工大学数学物理方法考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

一、(20 分)

1. 用指数式表示下列各式:

$$-\frac{2}{1+\sqrt{3}i}; \quad (\sqrt{3}-i)^3; \quad \sqrt[3]{1+i}$$

2. 指出下列函数的奇点 (不包括  $\infty$  远点) 并分类, 对于极点, 要指出它的阶数:

$$\frac{e^z}{z^2+4}; \quad \frac{1}{\cos z}; \quad \frac{1-\cos z}{z^2}$$

3. 推导出极坐标系下的哥西-黎曼条件。

4. 将函数  $f(z) = \frac{z+1}{z^2(z-1)}$  分别在  $0 < |z| < 1$  及  $1 < |z| < \infty$  的区域内展开成罗朗级数。

二、(10 分) 利用哥西积分公式计算下列积分:

$$1. \int_c \frac{e^z}{z^2+5z+6} dz \quad (c: |z|=1)$$

$$2. \int_c \frac{2z^2-z+1}{z-1} dz \quad (c: |z|=2)$$

$$3. \int_c \frac{e^z}{z} dz \quad (c: |z|=1)$$

三、(10 分) 利用残数定理计算下列积分:

$$1. \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{a^2 + \sin^2 x} \quad (a > 0)$$

$$2. \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x(x^2 + a^2)} dx \quad (a \neq 0)$$

$$3. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)}$$

四、(20 分) 用分离变量法求解如下一维热传导问题:

$$\begin{aligned} u_t - a^2 u_{xx} &= 0 & (0 < x < l) \\ u(0, t) &= u(l, t) = 0 \\ u(x, 0) &= b(l - x)/l \end{aligned}$$

其中  $l$  是杆的长度,  $a$  和  $b$  为常数。

五、(20 分) 利用傅立叶变换法求解如下一维振动方程的形式解:

$$\begin{aligned} u_{tt} - a^2 u_{xx} &= 0 & (-\infty < x < \infty, \quad t > 0) \\ u(x, 0) &= \varphi(x) & (-\infty < x < \infty) \\ u_t(x, 0) &= \psi(x) & (-\infty < x < \infty) \end{aligned}$$

其中  $a$  为常数,  $\varphi(x)$  和  $\psi(x)$  为  $x$  的任意函数。

六、(20 分) 计算下列积分:

$$1. \int_1^x x P_m(x) P_n(x) dx \quad (n \geq 1, m \geq 1)$$

$$2. \int_0^{\infty} e^{-ax} J_0(bx) dx \quad (a > 0)$$

其中  $P_n(x)$  为勒让德函数,  $J_0(bx)$  为零阶贝塞尔函数,  $a, b$  均为常数。(提

示:  $J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{ix \sin \theta} d\theta$  )