2000年大连理工大学中国与外国建筑史考研试题

一、（20分）

1．用指数式表示下列各式：

$-\frac{2}{1+\sqrt{3}\,i}$ ；　　$(\sqrt{3}-i)^3$ ；　　$\sqrt[3]{1+i}$

2．指出下列函数的奇点（不包括∞远点）并分类，对于极点，要指出它的阶数：

$\frac{e^z}{z^2+4}$ ；　　$\frac{1}{\cos z}$ ；　　$\frac{1-\cos z}{z^2}$

3．推导出极坐标系下的哥西-黎曼条件。

4．将函数 $f(z)=\frac{z+1}{z^2(z-1)}$ 分别在 $0<|z|<1$ 及 $1<|z|<\infty$ 的区域内展开成罗朗级数。

二、（10分）利用哥西积分公式计算下列积分：

1．$\int_c \frac{e^z}{z^2+5z+6}\,dz$　　（ c: |z|=1 ）

2．$\int_c \frac{2z^2-z+1}{z-1}\,dz$　　（ c: |z|=2 ）

3．$\int_c \frac{e^z}{z}\,dz$　　（ c: |z|=1 ）

三、（10 分）利用残数定理计算下列积分：

1. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{a^2+\sin^2 x}$ （$a>0$ ）

2. $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x(x^2+a^2)}dx$ （$a\neq 0$）

3. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+2)}$

四、（20 分）用分离变量法求解如下一维热传导问题：

$$u_t - a^2 u_{xx} = 0 \qquad (0<x<l)$$
$$u(0,t)=u(l,t)=0$$
$$u(x,0)=b(l-x)/l$$

其中l是杆的长度，a和b为常数。

五、（20 分）利用傅立叶变换法求解如下一维振动方程的形式解：

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0 \qquad (-\infty<x<\infty,\quad t>0)$$
$$u(x,0)=\varphi(x) \qquad (-\infty<x<\infty)$$
$$u_t(x,0)=\psi(x) \qquad (-\infty<x<\infty)$$

其中a为常数，$\varphi(x)$和$\psi(x)$为x的任意函数。

六、（20 分）计算下列积分：

1. $\int_{-1}^{1} xP_m(x)P_n(x)dx \qquad (n \geq 1, \quad m \geq 1)$

2. $\int_0^{\infty} e^{-ax} J_0(bx)dx \qquad (a > 0)$

其中 $P_n(x)$ 为勒让德函数，$J_0(bx)$ 为零阶贝塞尔函数，a, b 均为常数。（提示：$J_0(x) = \dfrac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{ix\sin\theta} d\theta$ ）