# 大连理工大学2002硕士入学考试数学分析试题

一.(60分）

从以下8体中选答6题，每题6分。

1.证明：若$f(x)\in C[a,+\infty)$,且$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$存在，则$f(x)$于$C[a,+\infty)$一致连续。

2.证明：$f(x)=\dfrac{1}{x}$在$[\delta,1]$上一致连续（$\delta$为$<1$的任何正数），但在（0,1]不一致连续。

3.讨论级数$\sum\limits_{=1}^{+\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}(\ln n)^{\beta}(\ln\ln n)^{\gamma}}$的敛散性。

4.证明：若正项级数$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}x_n$收敛，则$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}x_n^2$也收敛，反之不然。

5.证明:$\lim\limits_{x\to0}x[\dfrac{1}{x}]=1.$

6.证明：$Riemann$函数在每点$x_0\in[0,1]$的极限为零.

7.证明函数列$S_n=\dfrac{x}{1+n^2x^2},n=1,2,..$于（-$\infty$,+$\infty$）非一致收敛.

8.证明函数列$S_n=\dfrac{nx}{1+n^2x^2},n=1,2,..$于$[0,1]$非一致收敛..

二.（40分）。

从以下9-14题中选答四题，每题10分。

9.设$f(x)$于（-$\infty$,+$\infty$）有界，且$f''(x)\ge0$,证明：$f(x)$必为常数.

10.设$f(x)$在（0,+$\infty$）有定义，$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$,且对任何$x>0$都有$f(2x)=f(x)$,证明：$f(x)\equiv A.$

11.设$f(x)$于[a,+∞)绝对可积，证明：$I(u)=\int_{a,}^{+\infty}f(x)\sin uxdx$于$u\in(-\infty,+\infty)$一致连续。

12.设$f(x)$于任何有限区间可积，且$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lambda$。证明:$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}\int_0^x f(t)dt=\lambda.$

13.设$f(x)$单调递增于任何有限区间可积，且$\dfrac{1}{x}\int_0^x f(t)dt=\lambda$,证明:$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lambda.$

14.计算第二型曲面积分

$I=\iint_S x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy$.其中$S$为球面$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$的外侧。