2003年大连理工大学信号与系统考研试题

试题编号：461　　　　　　　　　　考试日期：2003 年 1 月 19 日 下 午

大 连 理 工 大 学　二 O O 三年硕士生入学考试

<<信号与系统>>　试题

（注：试题必须注明题号，答在试题纸上，否则试卷作废！）

（说明：试题中，离散时间变量用 k 表示；单位阶跃函数用 $u(t)$ 或 $u(k)$ 表示。）

一、选择题（每题 3 分，共 24 分）

1. 积分 $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin 2t}{t}3\delta(t)\mathrm{d}t$ 的值为（ D ）。

　A. 3　　　B. 4　　　C. 5　　　D. 6

2. 已知信号 $x(t)$ 的傅里叶变换为 $X(\mathrm{j}\omega)$，则 $(t-2)x(t-3)$ 的傅里叶变换为（ B C

　A. $\mathrm{j}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}[\mathrm{e}^{-\mathrm{j}3\omega}X(\mathrm{j}\omega)]$　　　B. $\mathrm{j}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}[\mathrm{e}^{-\mathrm{j}3\omega}X(\mathrm{j}\omega)]+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}3\omega}X(\mathrm{j}\omega)$

　C. $\mathrm{j}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}[X(\mathrm{j}\omega)]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}3\omega}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}3\omega}X(\mathrm{j}\omega)$　　　D. $\mathrm{j}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}[X(\mathrm{j}\omega)]-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}3\omega}X(\mathrm{j}\omega)$

3. 已知 $X(z)=\frac{z}{(z-1)^2(z-2)}$，$1<|z|<2$，则 $x(k)=$（ A ）。

$=\frac{-z}{z-1}+\frac{-z}{(z-1)^2}+\frac{z}{z-2}$

　A. $-ku(k)-u(k)-2^k u(-k-1)$　　　B. $ku(k)-u(k)-2^k u(-k-1)$

　C. $-ku(k)-u(k)-2^k u(k+1)$　　　D. $-ku(k)-u(k)+2^k u(-k-1)$

4. 一个离散时间系统如式所示：$y(k+1)-0.6y(k)=x(k)+2$，该系统是一个（ 含 C

　A. 线性时不变系统　　　B. 线性时变系统

　C. 非线性时不变系统　　　D. 非线性时变系统

判断依据：判线性：无 $[y(t)]^n$、$y'(t)y(t)$、$[y'y']$

5. 离散非周期频谱所对应的时间信号有（ B ）。A

　A. 连续性，周期性　　　B. 连续性，非周期性

　C. 离散性，周期性　　　D. 离散性，非周期性

判时变：常系数

6. 给定离散时间序列如式所示，$x(k)=(a^k\sum_{n=0}^{k}b^n)u(k)$，若满足 $|a|<1$ 且 $|b|<1$，则 $x(k)$ 的 z 变换为（ D ）。

　A. $X(z)=\frac{1}{1-a}[\frac{1}{1-az^{-1}}-\frac{a}{1-abz^{-1}}]$　　　B. $X(z)=\frac{1}{1-ab}[\frac{1}{1-az^{-1}}-\frac{1}{1-bz^{-1}}]$

　C. $X(z)=\frac{a}{1-b}[\frac{a}{1-abz^{-1}}-\frac{b}{1-abz^{-1}}]$　　　D. $X(z)=\frac{1}{1-b}[\frac{1}{1-az^{-1}}-\frac{b}{1-abz^{-1}}]$

$\frac{a^k(1-b^{k+1})}{1-b}$

7. 离散系统单位阶跃响应 $g(k)$ 的 z 变换为 $G(z)=\dfrac{z^2+1}{(z+1)(z-1)^2}$，则其系统函数 $H(z)$ 为（ C。 $F(z)=\dfrac{z}{z-1}$ $H(z)=\dfrac{G(z)}{F(z)}$

A. $\dfrac{z^2+1}{(z+1)(z^2-1)}$ B. $\dfrac{z^2+1}{z(z-1)}$

C. $\dfrac{z^2+1}{z(z^2-1)}$ D. $\dfrac{z^2+1}{z(z-1)^2}$

8. 设 $x(k)=2^k u(k)$，且 $G(k)=u(k)-u(k-4)$，则卷积 $y(k)=x(k)*G(k)=$（ D ）。

A. $2^{k+1}u(k)-(2^{k-4}-1)u(k-4)$ B. $(2^{k+1}-1)u(k)-(2^{k-4}-1)u(k-4)$

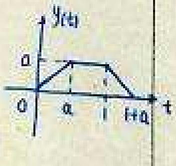
C. $(2^{k}-1)u(k)-(2^{k-3}-1)u(k-4)$ D. $(2^{k+1}-1)u(k)-(2^{k-3}-1)u(k-4)$

二、计算与证明题（每题 8 分，共 32 分）

1. 假设 $x(t)=\begin{cases}1, & 0\le t\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$，且 $h(t)=x\left(\dfrac{t}{a}\right)=\begin{cases}1 & 0\le t\le a\\ 0 & 其他\end{cases}$， $0<a\le 1$，

（1）求卷积 $y(t)=x(t)*h(t)$，并画出 $y(t)$ 的曲线；

$$y(t)=\begin{cases}0 & t\le 0 & 0\\ \int_0^t 1\,d\tau & 0<t\le a & t\\ \int_0^a 1\,d\tau & a<t\le 1 & a\\ \int_{t-1}^a 1\,d\tau & 1<t\le 1+a & a-t+1\\ 0 & t>1+a. & 0\end{cases}$$



（2）若 $\dfrac{d}{dt}y(t)$ 仅含有三个不连续点，a 值为多少？

$$\frac{d}{dt}y(t)=\begin{cases}0 & t\le 0\\ 1-a & 0<t\le a\\ a & a<t\le 1\\ -1+a & 1<t\le 1+a\\ 0 & t\ge 1+a\end{cases}$$

2. 试证明连续时间信号 $x(t)$ 为实信号的充要条件为：$X^*(j\omega)=X(-j\omega)$.

$k\,x(k)$

$\parallel$

$-z\dfrac{dX(z)}{dz}=\dfrac{a}{z+a}\rightarrow a(-a)^{k-1}k\,u(k)$

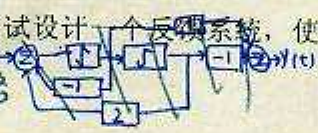
3. 已知 $X(z)=\ln\left(1+\dfrac{a}{z}\right)\ (|z|>|a|)$，求对应的 $x(k)$。 $X'(z)=\dfrac{1}{a}\left(1-\dfrac{z}{z+a}\right)-\dfrac{1}{z}$ $x'(k)=\dfrac{1}{a}\left(\delta(k)-(-a)^k u(k)\right)-\delta(k-1)$

$x(k)=\dfrac{1}{a}u(k)+(-a)^{k-1}k\,u(k)-u(k-1)$

$=\dfrac{1}{(s-1)(s+2)}\cdot\dfrac{(s-1)}{s+1}$

4. （1）系统 $H(s)=\dfrac{1}{s^2+s-2}$ 为不稳定系统。试设计一个反馈系统，使整个系统 $G(s)$ 为稳定系统。

$H'(s)$ 全通网络



（2）系统框图如图 1 所示。试写出系统的状态方程和输出方程，并转换为矩阵形式。

$e_1(t)+a_1x_1(t)=x_1'(t)$

$\frac{1}{s}x_1'(t)=x_1(t)$

$y_1(t)=x_1(t)+x_2(t)$

$e_2(t)+a_2x_2(t)=x_2'(t)$

$\frac{1}{s}x_2'(t)=x_2(t)$

$y_2(t)=e_1(t)+x_2(t)$

$\dot{x}_1(t)=e_1(t)+a_1x_1(t)$

$\dot{x}_2(t)=e_2(t)+a_2x_2(t)$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}+a_1 & 0\\ 0 & +a_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}e_1(t)+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}e_2(t)$$

$$\begin{bmatrix}y_1(t)\\ y_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}e_1(t)$$

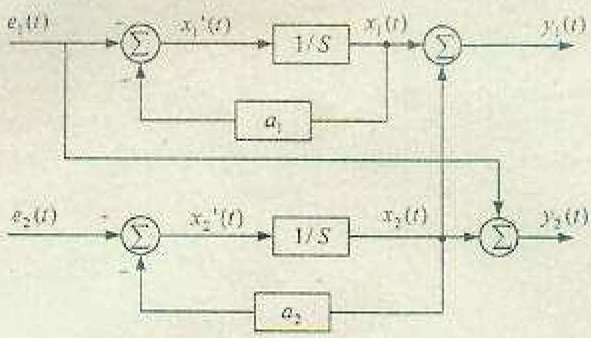


图 1　题二 4（2）给定系统的框图

三（16 分）已知因果连续时间系统的模拟框图如图 2 所示：

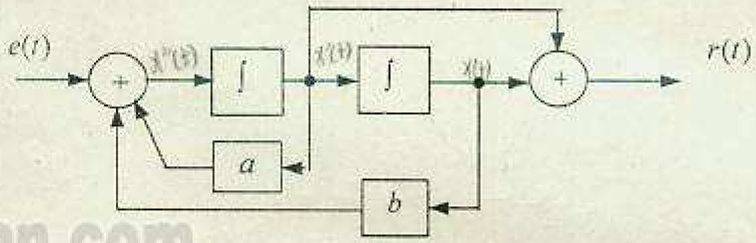


图 2　题三给定的系统框图

1. 问若使系统稳定，参数 a,b 的取值如何？ $H(s)=\frac{s+1}{s^2-as-b}$　$a<0$　$b<0$.　左半平面.

2. 若系统在 $e(t)=e^{2t}$ 作用下的响应为 $\frac{3}{20}e^{2t}$，在 $e(t)=2$ 的作用下的响应为 $\frac{1}{3}$，试确定 a,b 的取值；
   $e^{s_0t}\to H(s_0)e^{s_0t}$　$b=-6$　$a=-5$.

3. 若系统的初始条件为 $r(0)=r'(0)=1$，激励 $e(t)=u(t)$，求系统的全响应。（$u(t)\to\frac{1}{s}$）
   $y_{zs}(t)=\mathcal{L}^{-1}[H(s)\cdot\frac{1}{s}]=(\frac{1}{2}e^{-2t}+\frac{2}{3}e^{-3t}+\frac{1}{6})u(t)$　$y_{zi}=Ae^{-2t}+Be^{-3t}$ 由 $r(0)=r'(0)=1$ 得 $=4e^{-2t}-3e^{-3t}$

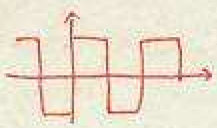
四（16 分）已知系统的单位冲激响应信号为 $h(t)=u(t)-u(t-2)$，$\longrightarrow \frac{1}{s}-\frac{1}{s}e^{-2s}=H(s)$

若系统的激励信号为 $e(t)=\sum_{\underset{n=0}{n=-\infty}}^{\infty}(-1)^n\delta(t-2n)$，$\longrightarrow \frac{1}{1+e^{-2s}}=E(s)$

1. 求系统的输出 $r(t)$，并画出波形图：$R(s)=-\frac{1}{s}+\frac{2}{s}\frac{1}{1+e^{-2s}}$　$T=2$　$r(t)=-u(t)+2u(t)*\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\delta(t-2n)$

2. 求 $r(t)$ 的傅里叶级数展开，并绘其频谱图。

有正弦，无余弦



五（16 分）已知某因果离散时间系统的差分方程为：

$$y(k+2)-0.7y(k+1)+ay(k)=be(k+1)$$

1. 列写出系统函数：$H(z)=\frac{bz}{z^2-0.7z+a}$

2. 若系统的初始条件不为 0，且系统在激励信号 $e(k)=u(k)$ 作用下的全响应为：$\frac{z}{z-1}$

$$y(k)=7(0.2)^k u(k)-17(0.5)^k u(k)+15u(k)$$，$\frac{7z}{z-0.2}+\frac{-17z}{z-0.5}+\frac{15z}{z-1}$ 零状态的

试确定参数 a, b：$r_1=0.2$ $r_2=0.5$ $a=r_1r_2=0.1$ $b=6$

$Y_{zs}(z)=H(z)E(z)$

3. 求系统的零输入响应。$\frac{2z}{z-0.2}+\frac{3z}{z-0.5}$

$\frac{5z}{z-0.2}-\frac{20z}{z-0.5}+\frac{15z}{z-1}$ 零状态

六（16 分）已知某因果离散时间系统的模拟框图如图 3 所示：

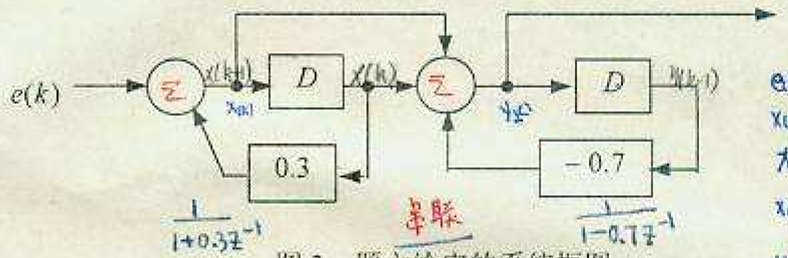


图 3 题六给定的系统框图

$e(k)+0.3x(k-1)=x(k)$

$x(k)+x(k-1)=0.7y(k-1)=y(k)$

$X(z)=\frac{E(z)}{1-0.3z^{-1}}$

$X(z)=\frac{(1+0.7z^{-1})Y(z)}{1+z^{-1}}$

$H(z)=\frac{Y(z)}{E(z)}=\frac{1+z^{-1}}{(1+0.7z^{-1})(1-0.3z^{-1})}$

1. 列出系统的差分方程：~~$y(k)+y(k-1)=e(k)+0.4e(k-1)-0.21e(k-2)$~~ $y(k)+0.4y(k-1)-0.21y(k-2)=e(k)+e(k-1)$

$Y_{zs}=H(z)\cdot E(z)$

2. 若系统的初始条件为 $y(0)=1, y(1)=2$，激励 $e(k)=u(k)$，求系统的全响应；$Y_{zi}=C_1(-0.7)^k+C_2(0.3)^k$

$y(k)=$

3. 若仅调换图 3 中乘法器的系数，问系统是否发生变化，为什么？

不变化　分母相乘，串联

七、填空（每空 2 分，共 10 分）：

已知随机变量 X，Y 的联合概率密度为：

$$p_{XY}(x,y)=\frac{\sqrt{6}}{2\pi}\exp\{-(x+1)^2-\frac{3}{2}(y-2)^2\}$$，这表明 X 与 Y 的联合分布是

$\sigma_x^2=\frac{1}{2}$，$\rho_{XY}=0$

联合高斯分布，X 的均值为 -1，Y 的方差为 $\frac{1}{3}$，X 与 Y 的相关矩 R_{XY} = $m_x m_y=-2$，X 与 Y 之间的关系是 不相关 独立。

$$f_{XY}(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2}-2\rho\frac{(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y}+\frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2}\right)\right\}$$

八、判断下述概念是否正确，并简要说明正确与否的原因（每题 2 分，共 10 分）：

1. 已知一个窄带高斯过程的包络 A(t) 和相位 $\varphi(t)$ 的互相关函数满足 $R_{A\varphi}(0)=0$，这表明两个随机过程 A(t) 和 $\varphi(t)$ 是同时刻正交的。×
   (0) 只是表明同时刻

2. 若 $X(t)$ 是严平稳过程，则 $X(t)$ 必是宽平稳过程。× 方均值<∞

3. 一个均值为零的白噪声过程 $N(t)$ 在任意两个不同时刻的值 $N(t_1)$, $N(t_2)$ $(t_1 \neq t_2)$ 是不相关的。✓

4. 一个宽平稳随机过程 $X(t)$ 在任意两个不同时刻的值 $X(t_1)$、$X(t_2)$ $(t_1 \neq t_2)$ 的数字特征（包括一阶和二阶数字特征）是相同的。✓
   N维概率密度与时间起点无关

5. 若两个随机过程不相关，且各自服从高斯分布，则一定是相互独立的。×
   还需联合高斯

九、（10 分）已知 $X(t)$ 是一个功率谱密度为常量 σ^2 的白噪声，通过一个冲激响应为 $h(t)=e^{-0.5t}u(t)$ 的线性系统，输出为 $Y(t)$.

$\frac{2\alpha}{\alpha^2+\omega^2} \leftrightarrow e^{-\alpha|t|}$

1. 求 $Y(t)$ 的功率谱密度函数 $G_Y(\omega)$：$= G_X(\omega)\,|H(\omega)|^2 = \sigma^2 \cdot \frac{1}{0.25+\omega^2}$

2. 求 $Y(t)$ 的自相关函数 $R_Y(t,t+\tau)$：$= \mathcal{F}^{-1}[G_Y(\omega)] = \sigma^2 e^{-0.5|\tau|}$

3. 求 $Y(t)$ 的平均功率 P_Y：$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G_Y(\omega)\,d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma^2}{0.25+\omega^2}\,d\omega = \frac{1}{2\pi} 2\sigma^2 \operatorname{arctg} 2\omega \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \sigma^2 = R$

4. $X(t)$ 与 $Y(t)$ 是否联合平稳，为什么？
   解：各自平稳且互相关只与τ有关

$R_{XY}(t,t+\tau) = E[X(t)\,Y(t+\tau)]$ 　　 $Y(t) = X(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t-\lambda)\,h(\lambda)\,d\lambda$

$Y(t+\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t+\tau-\lambda)\,h(\lambda)\,d\lambda$

$E[X(t)Y(t+\tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} E[X(t)\cdot X(t+\tau-\lambda)]\cdot h(\lambda)\,d\lambda = \int_{-\infty}^{+\infty} R_X(\tau-\lambda)\,h(\lambda)\,d\lambda$

$= R_X(\tau) * h(\tau) = \sigma^2\delta(\tau) * e^{-0.5\tau}\cdot u(\tau) = \sigma^2 \cdot e^{-0.5\tau}u(\tau)$ 只与τ有关.