2005年大连理工大学信号与系统试题

大连理工大学二〇〇五年硕士生入学考试

《信号与系统（含随机信号 20%）》　试题

注：(1) 答题必须注明题号答在答题纸上，否则试卷作废！

(2) 试题中，连续时间变量的单位冲激函数用 $\delta(t)$ 表示，离散时间变量的单位函数用 $\delta(n)$ 或 $\delta(k)$ 表示；单位阶跃函数分别用 $u(t)$ 和 $u(n)$ 或 $u(k)$ 表示。

一、在下列各题中，选择一个正确的填在括号里（共 28 分，其中前 4 小题每题 3 分，后 4 小题每题 4 分）

1. 已知离散时间信号 $x[n]=\cos(\frac{\pi}{2}n)\cos(\frac{\pi}{4}n)$，试判断 $x[n]$ 为（　　）信号。若其为周期性信号，则其周期为（　　）。

A. 周期性，8；　　B. 周期性，4；

C. 周期性，2；　　D. 非周期性

2. 已知系统由下列输入输出关系式表示：$y(t)=x(3t)$，则该系统为（　　）系统

A. 线性、时变、非因果；　　B. 线性、时不变、非因果；

C. 非线性、时变、因果；　　D. 非线性、时变、非因果

3. 设离散时间信号 $x[n]$ 的 z 变换为 $X(z)$，另设 $x_1[n]=\begin{cases}x[n/2], & n为偶数\\ 0, & n为奇数\end{cases}$，则 $x_1[n]$ 的 z 变换为（　　）。

A. $X(2z)$；　　B. $X(z/2)$；

C. $2X(z/2)$；　　D. $\begin{cases}X(z/2), & 单位圆外\\ 0, & 单位圆内\end{cases}$

4. 若连续时间信号 $x(t)$ 是有限时宽信号，且绝对可积，则其拉普拉斯变换的收敛域为（　　）。

A. 右半 s 平面；　　B. 左半 s 平面；

C. 整个 s 平面；　　D. $j\omega$ 轴

5. 已知 $x(t)=\sin t$，则 $\int_{-\infty}^{\infty}x(t-\frac{\pi}{4})\delta(t)dt=$（　　）。

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$；　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$；　　C. $\frac{\pi}{4}$；　　D. $-\frac{\pi}{4}$

6. 设周期为 $T=4$ 的连续时间实信号 $x(t)$ 满足下列条件：① 其傅里叶级数系数 $a_k=0, |k|>1$；② 傅里叶级数系数为 $b_k=e^{-j\frac{k\pi}{2}}a_{-k}$ 的信号是奇信号；③ $\frac{1}{4}\int_{<T>}|x(t)|^2\,dt=\frac{1}{2}$，则 $x(t)=$（　　）。

A. $1+\cos(\frac{\pi t}{4})$；　　B. $1+\cos(\frac{\pi t}{2})$；　　C. $\cos(\frac{\pi t}{4})$；　　D. $\cos(\frac{\pi t}{2})$

试题编号： 453

7、已知连续时间信号 $x(t)=\dfrac{2}{1+t^2}$，则其傅里叶变换为（　　　）。

A、$\pi e^{-2|\omega|}$；　　B. $2\pi e^{-2|\omega|}$；　　C. $\pi e^{-|\omega|}$；　　D. $2\pi e^{-|\omega|}$

8、已知离散时间线性时不变系统由差分方程表示为 $y[k]=y[k-1]+y[k-2]+x[k-$

统的收敛域为 $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}<|z|<\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$，则该系统为（　　　）系统。

A. 稳定、因果；　　B. 稳定、非因果；　　C. 不稳定，因果；　　D. 不稳定

二、计算题（每题 8 分，共 32 分）

1、已知某因果离散时间信号 $x(k)$ 经二次后向差分后为指数序列 $0.2^k u(k)$，试

$x(k)$。

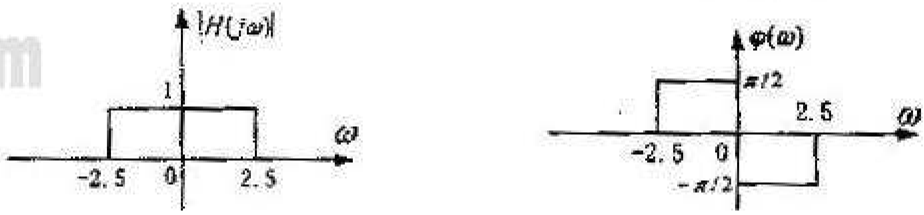
2、已知连续时间信号 $e(t)$ 是一个实的周期信号，其傅立叶级数表达式为：

$$e(t)=1+0.5e^{j(t+\frac{2}{3}\pi)}+ae^{-jt}+be^{j2t}+0.125\sqrt{2}(1+j)e^{-j2t}$$

$$-0.15e^{j3t}+ce^{-j3t}+de^{j4t}+0.1e^{-j4t}\cdot e^{-j\frac{1}{6}\pi}$$

（1）　试确定系数 a，b，c，d。

（2）　若将该信号通过题二图 2.2 所示的理想低通滤波器，求系统的输出信号



题二图 2.2

3、已知线性时不变连续时间系统在激励信号 $e(t)=e^{-2t}u(t)$ 作用下的全响应为：

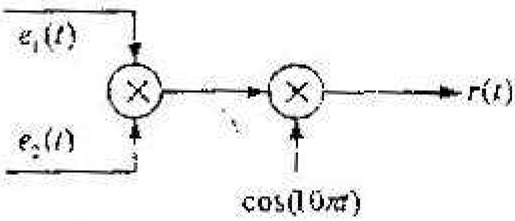
$$r(t)=(2te^{-2t}+5e^{-3t})u(t)$$

若系统的起始条件为 $r(0^-)=2, r'(0^-)=1$，求系统的零输入响应和零状态响应

4、已知系统结构如题二图 2.4 所示，输入信号为 $e_1(t)=Sa(10\pi t), e_2(t)=Sa^2(10\pi$

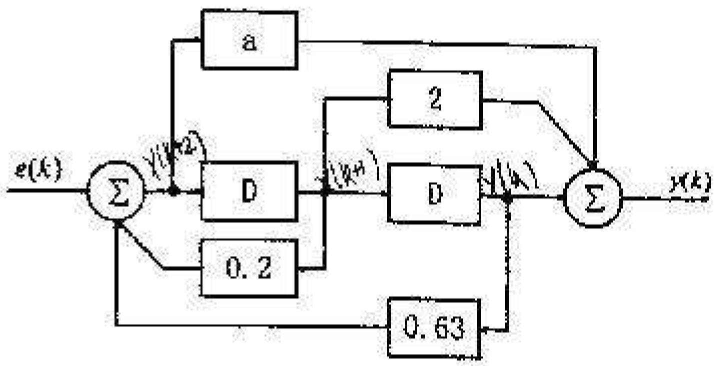
（1）　求输出信号 $r(t)$ 频谱的最大值及对应的频率；

（2）　若对该信号进行理想采样，求最小的采样角频率。



试题编号: 453

三、(17分)已知因果离散时间系统的模拟框图如题三图所示:



题三图

1. 写出系统的差分方程及系统函数 $H(z)$;

2. 若 $\lim_{z\to\infty} H(z)=1$,试确定系数 a;

3. 若系统的初始条件 $y_{zi}(0)=2$, $y_{zi}(1)=0.2$,激励 $e(k)=u(k)$,求全响应 $y(k)$;

4. 若上述系统是非因果的,试判断系统的稳定性,并说明理由。

四、(17分)已知连续时间系统的微分方程为

$$\frac{d^2r(t)}{dt^2}+4\frac{dr(t)}{dt}+3r(t)=\frac{de(t)}{dt}+4e(t)$$

1. 试写出系统函数 $H(s)$,绘零极点分布图;

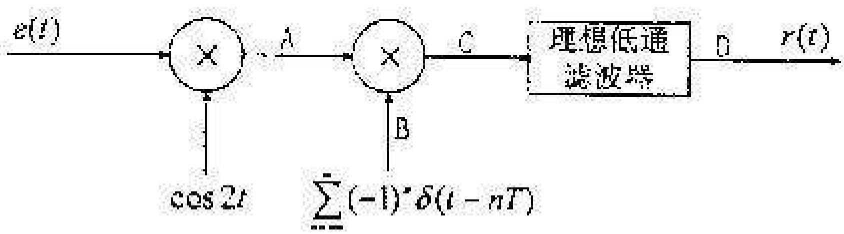
2. 绘出系统的幅频特性曲线,并说明系统的选频特性;

3. 用三种基本的运算单元绘出系统并联形式的模拟框图,并说明其特点;

4. 若初始条件 $r(0^-)=0$, $r'(0^-)=2$ 时,全响应为 $r(t)=(\frac{5}{2}e^{-t}-2e^{-2t}-\frac{1}{2}e^{-3t})u(t)$

激励信号 $e(t)$。

五、(14分)已知系统结构如题五图 5.1 所示:



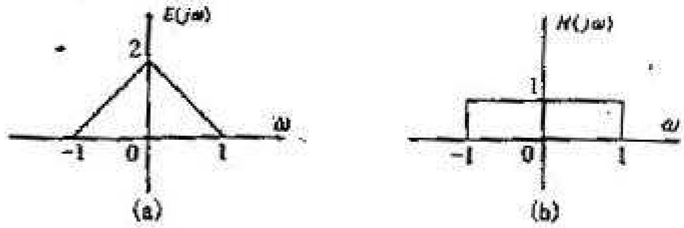
题五图 5.1

系统输入信号频谱和理想低通滤波器频响分别如题五图 5.2(a),(b)所示,采样间隔 $T=2$

1. 绘出 A、B、C 和 D 四点信号的频谱图;

试题编号： 453

第

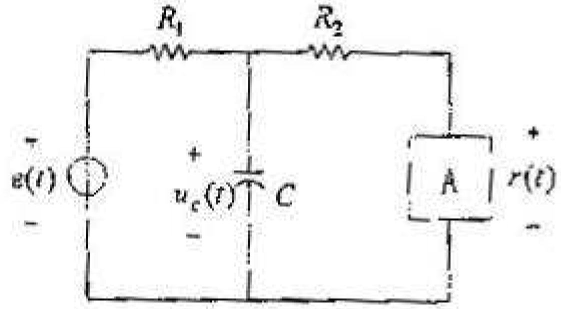


题五图 5.2

六、（12 分）定电路如题六图所示，其中 A 表示一种元件，流经 A 的电流等于它两端电

阶导数，试以 $\lambda_1(t)=u_c(t)$ 和 $\lambda_2(t)=r(t)$ 为状态变量，列出该电路的状态方程和输出

并写出状态方程和输出方程的矩阵形式。（已知 $R_1=\dfrac{3}{10}\Omega$, $R_2=\dfrac{1}{20}\Omega$, $C=\dfrac{10}{3}F$）。



题六图

七、（10 分）判断下述概念是否正确，并简要说明正确与否的原因：

(1) 已知 $X(n)$ 是一个白噪声序列，则在任意两个不同时刻的 $X(n_1)$， $X(n_2)$ $(n_1 \neq n_2$

相关的，同时也是相互正交的。

(2) 设 $X_1(t)$、$X_2(t)$ 分别为平稳过程，但这两个过程之和 $X(t) = X_1(t)+X_2(t)$ 不一定

稳过程。 且联合宽平稳

(3) 设 $X(t)$ 为平稳过程，将 $X(t)$ 通过一个线性时不变系统产生输出 $Y(t)$， 则 $X(t)$ 与

是联合平稳过程。 稳定 且 $h(t)$ 是实函数

(4) 已知 $X_1(t)$、$X_2(t)$ 分别为两个高斯过程，则 $X(t) = X_1(t)+X_2(t)$ 也是高斯过程

独立

(5) 已知两个随机过程 $X(t)$、$Y(t)$ 的均方值分别为 $S_X^2=4$, $S_Y^2=6$, 则 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 的互

数必满足 $|R_{XY}(t,t+\tau)|\le 5$。

--→ 单独平稳且联合宽平稳。

① $R_{XX}(\tau)=R_{XX}(-\tau)$

② $|R_{XX}(\tau)|\le R_{XX}(0)$

⑤ $R_{XY}(\tau)=R_{YX}(-\tau)$

⑥ $|R_{XY}(\tau)|^2 \le R_{XX}(0)R_{YY}(0)$

试题编号： 453

第

八、填空（10分）：

已知随机变量 X 与 Y 之间的联合概率密度为 $p_{XY}(x,y)=(\frac{1}{4}e^{-\frac{3}{4}x}+\frac{2}{3}e^{-x})\frac{1}{2}$

$(x\geq 0, y\geq 0)$，则 X 的均值为 $m_X=$ __________，X 的概率分布函

$F_X(x)=$ __________，Y 的方差 $D[Y]=$ __________，X 与

相关矩 $R_{XY}=$ __________，X 与 Y 的相关系数

__________。

九、(10分) 已知 $X(n)$ 是方差为 σ^2 的白噪声序列，将 $X(n)$ 通过一个离散系

输出为 $Y(n)=X(n)-\frac{1}{2}X(n-2)$。

(1) 试求 $Y(n)$ 的自相关函数 $R_Y(n,n+m)$；

(2) 求 $Y(n)$ 的功率谱密度函数 $G_Y(\omega)$；

(3) $Y(n)$ 是否为平稳序列，为什么？