

河南财经学院

2009 年硕士研究生入学考试业务课试题

学科专业：人文地理学

考试科目：高等数学（共 150 分）

一、求极限（本题共 2 题，每 1 小题 15 分，共计 30 分）：

1. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(\sqrt{n^2 + 1}\pi)$ 。

2. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{1-e^{-x}} - \frac{1}{x} \right)$ 。

二、设函数 $f(x)$ 在 $x=2$ 的某个邻域内可导，且 $f'(x) = e^{f(x)}$ ，

$$f(2)=1,$$

证明： $f'''(2) = 2e^3$ 。（本题共 1 题，共计 15 分）。

三、求导数（本题共 2 题，每 1 小题 15 分，共计 30 分）

1. $y = \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x^2}}$ ，求 $y'|_{x=0}$ 。

2. $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^0 x \sin t^2 dt$ 。

四、证明方程 $x^5 + 5x + 1 = 0$ 在区间 $(-1, 0)$ 内有唯一的

实根（本题共 1 题，共计 15 分）。

五、计算积分（本题共 3 题，每 1 小题 15 分，共计 45 分）

1. 求 $I = \int \frac{1}{(x+1)(x-2)} dx$ 。

2. 设 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上连续，且满足

$$f(x) = x^2 \cos x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt, \text{ 试求 } f(x).$$

3. 求 $\iint_D (\frac{y}{x})^2 dx dy$ ，其中 D 是由直线 $x=2$ ， $y=x$ 与双曲线 $xy=1$ 所围区域。

六、讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2n-1}$ 是绝对收敛，还是条件收敛或发散。（本题共 1 题，共计 15 分）。