河北大学2005年硕士研究生入学考试试卷

卷别：A

学科 、专业	研究方向	考试科目	考试时间
基础数学、应用数学		数学分析 338 339	

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

一、（10分），设 $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x, & x\geq 0\end{cases}$，g(x+1)= x^2+x+1，　求：

$f[g(x)]$和$f\{f[g(x)]\}$

二、（15分），设 $f'(x)$ 连续，$f(0)=0, f'(0)\neq 0$，求：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2} f(t)\,dt}{x^2\int_0^x f(t)\,dt}$$

三、（15分），设 $f(x)$ 可导，λ 为常数，则 $f(x)$ 的任意两个零点之间必有

$\lambda f(x)+f'(x)=0$ 的根。

四、（15分），设 $y=y(x)$ 由方程 $x-\int_1^{y+x} e^{-u^2}du=0$ 确定，求

$$\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{x=0}$$

五、（15分），若 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\ln\frac{1}{u_n}}{\ln n}=q$ 存在，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ （$u_n>0$）当 q>1 时收敛,q<1 时发散。

六、（15分）证明 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+x^2}dx\leq\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{1+x^2}dx$ 。

5、350

河北大学 2005 年硕士研究生入学考试试卷

卷别 A:

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
基础数学、应用数学		数学分析 338 339	

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

七、(15 分)，设

$$f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2} & ,x^2+y^2\neq 0\\ 0 & ,x^2+y^2=0\end{cases}$$

证明：(1) $f_x(x,y)$和$f_y(x,y)$在点（0，0）的邻域中存在但不连续。

(2) $f(x,y)$在点（0，0）可微。

八、(20 分)，设 $g(\alpha)=\int_0^{+\infty}\dfrac{\ln(1+x^3)}{x^\alpha}dx$ ，

证明：(1) $\int_0^{+\infty}\dfrac{\ln(1+x^3)}{x^\alpha}dx$ 在$1<\alpha<4$时收敛。

(2) $g(\alpha)$在（1，4）内连续。

九、(15 分)，计算曲线积分，

$$\int_c\frac{y^2}{\sqrt{R^2+x^2}}dx+[4x+2y\ln(x+\sqrt{R^2+x^2})]dy$$

其中 C 是圆周$x^2+y^2=R^2$上由点 A(R，0)依逆时针方向到点 B(－R，0)的半圆，R 是大于零的常数。

十、(15 分)，求曲面积分：

$$I=\iint_s(y^2-x)dydz+(z^2-y)dzdx+(x^2-z)dxdy$$

其中 S 是曲面 $Z=2-X^2-y^2$ （$1\le z\le 2$）的上侧。