

河北大学 2006 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
基础数学、应用数学		高等代数与解析几何 427	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

一、(15 分) 已知直线 L 过点 $P(1, 2, 3)$ 且和 z 轴相交, 与直线 $x = y = z$ 垂直, 求 L 的方程。

二、(15 分) 平面 π 通过 x 轴, 且与 xoy 面的交角等于 60° , 求 π 的方程。

三、(15 分) 试求从原点向球面 $x^2 + y^2 + (z - 5)^2 = 9$ 引切线所成的锥面方程。

四、(10 分) A, B 为同阶方阵, B 可逆, $A^2 + AB + B^2 = 0$, 则 $A, A + B$ 均可逆。

五、(15 分) 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ 线性无关, $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r, \beta, \gamma$ 线性相关。证明

$L(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r, \beta) = L(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r, \gamma)$, 或 β 与 γ 中至少有一个可由 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ 线性表出。

六、(10 分) 已知 $(x-1)^2 \mid Ax^4 + Bx^2 + 1$, 求 A, B 的值。

七、(15 分) V_1, V_2 分别为齐次线性方程组 $\sum_{i=1}^n x_i = 0$ 与齐次线性方程组

$x_i - x_{i+1} = 0, (1 \leq i \leq n-1)$ 的解空间。证明 $P^n = V_1 \oplus V_2$

八、(20 分) 设 σ 是 n 维线性空间 V 的线性变换。对任意正整数 m , 定义

$V_m = \{\alpha \in V \mid \sigma^m \alpha = 0\}$ 证明

1、 $V_1 \subseteq V_2 \subseteq V_3 \subseteq \dots$, 且 V_m 是 σ 的不变子空间。

2、存在正整数 m_0 , 使 $V_{m_0} = V_{m_0+1} = \dots$ 。

本试题共 2 页, 此页是第 1 页。

河北大学 2006 年硕士研究生入学考试试卷

卷别：A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
基础数学、应用数学		高等代数与解析几何 427	

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

九、(20 分) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ，求一正交矩阵 T 和对角矩阵 D ，使 $T^{-1}AT = D$ 。

十、(15 分) $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = X'AX$ 是一实二次型。证明：如果有实 n 维向量 X_1, X_2 使

$X_1'AX_1 > 0$ ， $X_2'AX_2 < 0$ ，那么，必存在实 n 维向量 X_0 ，使 $X_0'AX_0 = 0$ 。