

078

河北大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: A

学科、专业	考试科目代码	考试科目名称	备注
环境工程、环境科学、 微电子学与固体电子学	616	高等数学	3 小时

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

一、单项选择题(本大题分 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

1. 设 $I = \int \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx$, 则 $I =$ (①)

- (A) $\ln(e^x - 1) + c$ (B) $\ln(e^x + 1) + c$;
 (C) $2\ln(e^x + 1) - x + c$; (D) $x - 2\ln(e^x + 1) + c$.

2. $\lim_{x \rightarrow \pi} (1 - \cos x)^{2 \sec x} =$ (②)

- (A). e^{-2} (B). $\frac{1}{4}$ (C). 4 (D). e^2

3. 设 $f(0) = 0$ 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x} =$ (③)

- A: $f(0)$ B: $f'(x)$ C: $f'(0)$ D: 0

4. 设 $f(x, y) = x^3 y + xy^2 - 2x + 3y - 1$, 则 $f'_x(3, 2) =$ (④)

- (A) 59 (B) 56
 (C) 58 (D) 55

二、填空题(本大题分 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

1. 设 $y = \ln \sqrt{1 + \tan(x + \frac{1}{x})}$, 则 $y' =$ ①。

2. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x + e^{2ax} - 1}{x}, & \text{当 } x \neq 0 \\ a, & \text{当 } x = 0 \end{cases}$, 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a =$ ②。

本试题共 3 页, 此页是第 1 页。

河北大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: A

学科、专业	考试科目代码	考试科目名称	备注
环境工程、环境科学、 微电子学与固体电子学	616	高等数学	3 小时

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

3. $\int \tan^2 x dx = \underline{\textcircled{3}}$.

4. 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径是 4, 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n+1}$ 的收敛半径是 $\underline{\textcircled{4}}$.

5. 设 $D: x^2 + y^2 \leq 2x$, 由二重积分的几何意义知 $\iint_D \sqrt{2x - x^2 - y^2} dx dy = \underline{\textcircled{5}}$.

三、解答下列各题(本大题分 9 小题, 每小题 10 分, 共 90 分)

1. 设 $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \arctan \frac{x}{y}$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$

2. 求 $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$.

3. 设 $z = f\left(\frac{y}{x}, \frac{x}{y}\right)$, 其中 f 具有连续的二阶偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

4. 求 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+1} + (x+1)^{\frac{3}{2}}$

5. 求 $\int_1^e \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$.

6. 利用二重积分计算由曲面 $z=6-x^2-y^2, x+y=1, x=0, y=0$ 及 $z=0$ 所围成的曲顶柱体的体积。

本试题共 3 页, 此页是第 2 页。

河北大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

卷别：A

学科、专业	考试科目代码	考试科目名称	备注
环境工程、环境科学、 微电子学与固体电子学	616	高等数学	3 小时

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

7、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^2 \sin x}$

8、求由抛物线 $y^2 = 2x$ 和直线 $y = x - 4$ 所围成的图形的面积，以及此图形绕 y 轴旋转而成的旋转体的体积。

9、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$ 的和函数及数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$ 的和

四、证明题（本题 10 分）

对函数 $f(x) = \arctan x$ 在 $[0,1]$ 上验证拉格朗日中值定理的正确性。

五、（本题 10 分）

研究函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处的可导性与可微性。