

河北大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: B

学科、专业	考试科目代码	考试科目名称	备注
基础数学, 应用数学 运筹学与控制论		高等代数与解析几何	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

一. (10 分) 设 $f(x) = x^4 + x^2 + lx + m$ $g(x) = x^2 + x - 2$ 若 $(f(x), g(x)) = x + 2$ 求 l, m 的值.

二. (20 分) 设 $A \in P^{n \times n}$ ($P^{n \times n}$ 表示数域 P 上 n 阶方阵构成的线性空间). 证明:

(1) 与 A 可交换的 n 阶方阵的全体可构成 $P^{n \times n}$ 的一个子空间, 记为 $C(A)$; (10 分)

(2) 设 $A = \begin{bmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_n \end{bmatrix}$ $a_1 \cdots a_n$ 互不相同, 求 $C(A)$ 的维数与一组基. 10 分

三. (20 分) 在线性空间 V 中, 设 $\alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_{s-1}$ 线性相关, $\alpha_2 \cdots \alpha_{s-1} \alpha_s$ 线性无关, 证明:

(1) α_1 可由 $\alpha_2 \cdots \alpha_{s-1}$ 线性表示; (10 分)

(2) α_s 不能由 $\alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_{s-1}$ 线性表示. (10 分)

四. (15 分) 设 A 是实对称矩阵, 试证: 当实数 t 充分大之后, $tE + A$ 是正定矩阵.

五 (20 分) 设 \bar{A} 是数域 P 上 n 维线性空间 V 上的线性变换且满足 $\bar{A}^2 - 3\bar{A} + 2\bar{E} = 0$

(\bar{E} 为恒等变换), 令 \bar{A} 在某组基下的矩阵为 A , 证明:

(1) $r(2E - A) + r(E - A) = n$; (10 分)

(2) 在 V 中必存在一组基使得 \bar{A} 在此基下的矩阵为对角形矩阵. (10 分)

本试题共 2 页, 此页是第 1 页。

河北大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: B

学科、专业	考试科目代码	考试科目名称	备注
基础数学, 应用数学 运筹学与控制论		高等代数与解析几何	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

六 (15 分) 在欧氏空间 $P_3[x]$ 中 ($P_3[x]$ 是数域 P 上的次数小于 3 的一元多项式及零多项式构成的线性空间), $f(x), g(x) \in P_3[x]$, 定义 $(f(x), g(x)) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$, 试求 $P_3[x]$ 的一组标准正交基.

七 (20 分) 已知直线 $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{0}$, $l_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{0}$

(1) 试证明 l_1 与 l_2 为异面直线 (10 分); (2) 求 l_1 与 l_2 的距离及公垂线方程. (10 分)

八 (15 分) 已知两点 $M_1(1, -2, 3)$ 与 $M_2(3, 0, 1)$, 求线段 M_1M_2 的垂直平分面的方程.

九 (15 分) 已知椭球面的轴与坐标轴重合, 且通过椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1, z=0$ 与点 $M(1, 2, \sqrt{11})$, 求这个椭球面的方程.