

河北大学 2009 年硕士研究生入学考试试卷

823

卷别: [B]

适用专业	考试科目	考试时间
基础数学、应用数学、运筹学与控制论	高等代数与解析几何	3 小时

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

一、(10 分) 在直角坐标系中, 求直线 $l: \frac{x+1}{1} = y = \frac{z-1}{0}$ 在平面 $x+4y+z-12=0$ 上的射影直线的方程。

二、(15 分) 求经过直线 $\begin{cases} x+5y+z=0 \\ x-z+4=0 \end{cases}$ 且与平面 $\pi: x-4y-8z+12=0$ 组成 $\frac{\pi}{4}$ 角的平面方程。

三、(10 分) 设曲面方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$, 说明它是直纹曲面, 并计算过点 $(2, 2, 3)$ 的直母线方程。

四、(10 分) 证明: 用向量法证明: 如果 $(x^2 + y^2 + z^2)(a^2 + b^2 + c^2) = (ax + by + cz)^2$, 那么 $x:y:z = a:b:c$ 。

五、(5 分) 试求下列二次曲面的中心: $5x^2 + 9y^2 + 9z^2 - 12xy - 6xz + 12x - 36z = 0$ 。

六、(10 分) 证明多项式 $f(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1$ 以 1 为 3 重根。

七 (10 分) 设 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$, 计算 $A_{11} + A_{12} + \cdots + A_{1n}$ 。

八、(20 分) 设 A 为 $m \times n$ 实矩阵。证明: AA' 为正定矩阵的充要条件是 $r(A) = m$ 。

九、(20 分) 设方阵 A 满足 $A^2 = A$, W_1, W_2 分别为 $AX = 0, (A - E)X = 0$ 的解空间, 证明:

1) $r(A) + r(A - E) = n$; 2) 证明 $P^n = W_1 \oplus W_2$ 。

河北大学 2009 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

适用专业	考试科目	考试时间
基础数学、应用数学、运筹学	高等代数与解析几何	3 小时

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

十、(10 分) 设 3 维线性空间 V 的线性变换 A 在基 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 下的矩阵为 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$,

求证: $W = L(-\alpha_1 + \alpha_2, -\alpha_1 + \alpha_3)$ 是 A 的不变子空间。

十一、(15 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, (1) 求解矩阵 A 的特征值; (2) 求矩阵 $E + A^{-1}$

的特征值。(E 是单位矩阵)

十二、(15 分) 设 n 维线性空间 V 上的双线性函数 $f(\alpha, \beta)$, 矩阵 A 是 $f(\alpha, \beta)$ 在某组基下的度量矩阵, 证明 f 是非退化的充要条件是矩阵 A 为可逆矩阵。