614

河北大学 2009 年硕士研究生入学考试试卷

卷别：[A]

适用专业	考试科目	考试时间
基础数学、应用数学、运筹学与控制论	数学分析	

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

一、计算题（共 60 分．答案一律写在答题纸上，否则无效．）

1、（10 分） 求 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}\right)$.

2、（10 分） 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\sqrt[2]{2}+\cdots+\sqrt[n]{n}}{n}$.

3、（10 分） 求 $\displaystyle\int\frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}}dx$.

4、（15 分） 求 $I=\displaystyle\int_l (x+y)ds$.

其中 l 为联结三点 $O(0,0), A(1,0), B(1,1)$ 的直线段.

5、（15 分）计算 $I=\displaystyle\iiint_\Omega (x^2+y^2)dxdydz$，

其中 Ω 是由曲线 $\Gamma:\begin{cases} y^2=2z \\ x=0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周而得的曲面 Σ 与平面 $z=2, z=8$ 围成的有界闭区域.

二、证明题（共 75 分．答案一律写在答题纸上，否则无效．）

1、（10 分） 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，$a<x_1<x_2<\cdots<x_n<b$，则在 $[a,b]$ 内至少存在一点 ξ，使得

$$f(\xi)=\frac{f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_n)}{n}.$$

2、（10 分） 若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，$f(a)=f(b)=0, f'(a)\cdot f'(b)>0$，则 $f(x)$ 在 (a,b) 内至少有一零点.

河北大学 2009 年硕士研究生入学考试试卷

卷别：[A]

3、(10 分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，$f(x)\ge 0, f(x)$ 不恒为零，证明

$$\int_a^b f(x)dx > 0.$$

4、(15 分) 求证 $x>1$ 时，$\dfrac{\ln(1+x)}{\ln x} > \dfrac{x}{1+x}$.

5、(15 分) 设 $F(r)=\int_0^{2\pi} e^{r\cos\theta}\cos(r\sin\theta)\,d\theta$，求证：$F(r)\equiv 2\pi$.

6、(15 分) 设 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛，$\lim_{n\to\infty} na_n = 0$，证明：$\sum_{n=1}^{\infty} n(a_n - a_{n+1}) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

三、 综合题（共 15 分. 答案一律写在答题纸上，否则无效.）

判别级数的敛散性，并对收敛级数求出和来

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}.$$