

824

## 河北大学 2010 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

适用专业	考试科目	考试时间
理论物理、原子与分子物理、 等离子体物理、凝聚态物理、光学	量子力学	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

一、(28 分) 求定轴转动体系的定态能量及波函数, 并指出简并度。

二、(28 分) 求一维谐振子处在激发态时几率最大的位置。( $\psi_1 = \sqrt{\frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}}} 2\alpha x e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2}}$ )

三、(28 分) 阱宽为  $a$  的一维无限深势阱中的粒子 (质量为  $\mu$ ) 处于  $\psi(x) = \frac{\sqrt{2}}{4}\psi_1(x) + \frac{\sqrt{3}}{2}\psi_2(x) + \frac{\sqrt{2}}{4}i\psi_4(x)$ , 其中  $\psi_n(x)$  为其能量本征函数, 试求能量的可测值及平均值。

四、(28 分) 设横截面为矩形 (长、宽分别为  $a$ 、 $b$ ) 的无限长筒, 筒内势能为 0, 筒外势能为  $\infty$ , 求筒内运动粒子的定态能量及波函数。

五、(28 分) 对于质量为  $\mu$ 、角频率为  $\omega$  的一维谐振子, 定义  $\hat{a} = \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\hbar}}(\hat{x} + \frac{i}{\mu\omega}\hat{p}_x)$ ,

$\hat{a}^+ = \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\hbar}}(\hat{x} - \frac{i}{\mu\omega}\hat{p}_x)$ , 其中  $\hat{x}$ 、 $\hat{p}_x$  分别为位置算符和动量的  $x$  分量算符。

1、证明对易关系  $[\hat{a}, \hat{a}^+] = 1$ ;

2、应用  $\begin{cases} \hat{a}\psi_n = \sqrt{n}\psi_{n-1} \\ \hat{a}^+\psi_n = \sqrt{n+1}\psi_{n+1} \end{cases}$  (不要怀疑此式!),  $\psi_n$  为谐振子定态波函数。证明在状态  $\psi_n$

中,  $(\Delta\hat{a})^2 \cdot (\Delta\hat{a}^+)^2 = 0$  成立;

3、由  $\begin{cases} \hat{a}\psi_n = \sqrt{n}\psi_{n-1} \\ \hat{a}^+\psi_n = \sqrt{n+1}\psi_{n+1} \end{cases}$  求在状态  $\psi_n$  中,  $\bar{x}$  和  $\bar{p}_x$ 。

六、(10 分) 在量子力学中, 角动量算符  $\hat{L}$  的各分量算符并不对易。按照测不准关系, 角动量各分量一般不能同时确定。但在  $Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$  态,  $L_x = L_y = L_z = 0$  都确定, 这与测不准关系矛盾吗? 为什么?