

河北大学 2010 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

适用专业	考试科目	考试时间
基础数学、应用数学、运筹学与控制论	高等代数与解析几何	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效.

一 解析几何部分: (50 分)

1. (15 分) 给定两直线: $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{0}$ 和 $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z}{1}$

(1) 证明两条直线是异面直线, 并求解两者之间的距离.

(2) 求解它们的公垂线的方程.

2. (10 分) 求经过直线 $\begin{cases} x+1=0 \\ y+z+2=0 \end{cases}$ 且与原点距离为 1 的平面方程.

3. (10 分) 在双曲抛物面 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = z$ 上, 求过点 (4, 2, 0) 的直母线方程.

4. (10 分) 已知圆柱面的轴为 $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{-2}$, 点在 (1, 1, 0) 在此柱面上, 求这个圆柱面的方程.

5. (5 分) 证明 $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ 是锥面, 且其顶点为坐标原点.

二 高等代数部分: (100 分)

6. (10 分) 计算行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & b & b & \cdots & b \\ b & a_2 & b & \cdots & b \\ b & b & a_3 & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b & b & b & \cdots & a_n \end{vmatrix}, (b \neq a_j, j=1, 2, \cdots, n).$

7. (15 分) 求下列多项式的有理根, 并确定有理根的重数 $x^5 + x^4 - 6x^3 - 14x^2 - 11x - 3$.

8. (20 分) $f(,)$ 是数域 P 上 n 维线性空间 V 的一个双线性函数, 设

$$W = \{\alpha \mid f(\alpha, \beta) = 0, \forall \beta \in V\}$$

河北大学 2010 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

适用专业	考试科目	考试时间
基础数学, 应用数学, 运筹学与控制论	高等代数与解析几何	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效.

证明 (1) W 是 V 的一个子空间.

(2) 设双线性函数在某组基下的度量矩阵是 A 且 $r(A) = r$, 求子空间 W 的维数.

(3) 证明 $f(,)$ 是非退化的双线性函数当且仅当它在某组基下的度量矩阵 A 是可逆矩阵.

9. (10 分) 设 A 是数域 P 上 n 维线性空间 V 上的一个线性变换,

(1) 写出 A 的值域 AV 及 A 的核空间 $A^{-1}(0)$ 的维数之间的关系.

(2) 证明: 若 $A^{-1}(0) = (A^2)^{-1}(0)$, 则有 $V = AV \oplus A^{-1}(0)$.

10. (20 分) 对于二次型

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4xz + 4yz,$$

(1) 求正交线性替换化二次型为它的标准形 (2) 并判断此实二次型是否是正定二次型.

11. (25 分) 已知线性空间 $P^{2 \times 2}$ 中, 令 $W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid b + c = 0 \right\}$, $P^{2 \times 2}$ 的一个线性变换

$$A: A(X) = MX - XM, (\forall X \in P^{2 \times 2}, M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}),$$

证明 (1) W 是 $P^{2 \times 2}$ 的子空间并求解 W 的一组基; (2) W 是 A 的不变子空间.; (3) 将 A 看成 W 上的线性变换, 求 W 的一组基使得 A 在该组基下的矩阵为对角形矩阵.