

619

河北大学 2010 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [A]

适用专业	考试科目	考试时间
基础数学、应用数学、运筹学与控制论	数学分析	10日上午

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

一、 计算题 (共 65 分. 答案一律写在答题纸上, 否则无效.)

1、(10 分) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$.

2、(10 分) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$.

3、(10 分) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{1+2+\cdots+n} - \sqrt{1+2+\cdots+(n-1)} \right]$.

4、(10 分) 求函数的导数 $y = \sqrt{e^x} \sqrt{x \sin x}$.

5、(10 分) 求 $\int \frac{x e^x}{\sqrt{e^x - 1}} dx$.

6、(15 分) 计算三重积分 $I = \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, V 是椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 的内部区域.

二、 证明题 (共 55 分. 答案一律写在答题纸上, 否则无效.)

1、(10 分) 用函数极限定义证明 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0$.

2、(10 分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(a) > a$, $f(b) < b$, 证明在 (a, b) 内至少存在一点 ξ , 使得 $f(\xi) = \xi$.

3、(20 分) 若 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(0) = f(1) = 0$, $f(\frac{1}{2}) = 1$, 求

证: (1) 存在 $\eta \in (\frac{1}{2}, 1)$, 使得 $f(\eta) = \eta$;

(2) 对任意实数 λ , 必存在 $\xi \in (0, \eta)$, 使得: $f'(\xi) - \lambda[f(\xi) - \xi] = 1$.

河北大学 2010 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [A]

4、(15 分) 证明数列 $x_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n}$ 收敛.

三、综合题 (共 30 分. 答案一律写在答题纸上, 否则无效.)

1、(15 分) 设正数数列 $\{a_n\}$ 单调减, 试讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right)$ 的敛散性.

2、(15 分) 求 a, b 之值, 使包含圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 在内部的椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0$, $b > 0, a \neq b$) 有最小面积.



本试题共 2 页, 此页是第 2 页。