

360

河北大学 2010 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [A]

适用专业	考试科目	考试时间
理论物理、原子与分子物理、等离子体物理、凝聚态物理、光学、环境工程、环境科学、微电子学与固体电子学	360 高等数学	

特别说明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

一、选择题 (共 15 分, 每题 3 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1、当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ 等价的无穷小是 (①)

- (A) x (B) $2x$ (C) x^2 (D) $2x^2$

2、设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则由曲线 $y = f(x)$ 与直线 $x = a, x = b, y = 0$ 所围平面图形的面积为 (②)

- A. $\int_a^b f(x) dx$ B. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$ C. $\int_a^b |f(x)| dx$ D. $-\int_a^b f(x) dx$

3、设 $\iint_D f(x, y) dx dy = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy$, 则改变其积分次序后为 (③)

- A. $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$ B. $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} f(x, y) dx$
C. $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$ D. $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} f(x, y) dx$

4、微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2xy$ 的通解是 (④)

- A. $y = C \ln x$ B. $y = e^{x^2} + c$ C. $y = Ce^{x^2}$ D. $y = \ln x + c$

5、设函数 $f'(1) = 1$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1)}{h} =$ (⑤)

- A. -1 B. 1 C. 0 D. ∞

二、填空题 (共 15 分, 每题 3 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1、若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x (e^{t^2} - 1) dt}{x^2} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a =$ ①。

2、设 $\begin{cases} x = te^t \\ y = \sin t + \cos t \end{cases}$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0} =$ ②。

河北大学 2010 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [A]

适用专业	考试科目	考试时间
理论物理、原子与分子物理、等离子体物理、凝聚态物理、光学、环境工程、环境科学、微电子学与固体电子学	360 高等数学	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

3、曲面 $3x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 在点 $(-1, -2, 3)$ 处的切平面方程为 ③。

4、设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径是 4, 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n+1}$ 的收敛半径是 ④。

5、 $\frac{d}{dx} \int_0^x \arctan(x-t)^3 dt =$ ⑤。

三、解答下列各题 (共 100 分, 每小题 10 分)

1、求 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$ 。

2、已知 $f(x) = \begin{cases} \ln(1-x^3), & x \leq 0, \\ x^2 \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$ 求 $f'(x)$ 。

3、设 $f(x)$ 是连续函数, 且 $f(x) = 2x - 3 \int_0^2 f(t) dt$, 求 $f(x)$ 。

4、 $\int (\arcsin x)^2 dx$ 。

5、设函数 $f(x) = \begin{cases} xe^{-x^2} & x < 0 \\ \frac{1}{1+\sqrt{2x+1}} & x \geq 0 \end{cases}$, 计算 $\int_1^6 f(x-2) dx$ 。

6、设 $z = f(x^2 - y^2, e^y)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

7、利用二重积分计算由曲面 $z = 6 - x^2 - y^2, x + y = 1, x = 0, y = 0$ 及 $z = 0$ 所围成的曲顶柱体的体积。

河北大学 2010 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [A]

适用专业	考试科目	考试时间
理论物理、原子与分子物理、等离子体物理、凝聚态物理、光学、环境工程、环境科学、微电子学与固体电子学	360 高等数学	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

8、求方程 $y'' - 5y' = -5x^2$ 的通解。

9、计算 $\oint_L (e^x \sin y - 3y + x^2)dx + (e^x \cos y - x)dy$, 其中 L 为: $2x^2 + y^2 = 1$ 。

10、 $I = \iiint_{\Omega} z^2 dv$, 其中 Ω 是由曲面 $x^2 + y^2 = z$ 及平面 $z = 4$ 所围成。

四、(10 分)

过坐标原点作曲线 $y = \ln x$ 的切线, 该切线与曲线 $y = \ln x$ 及 x 轴围成平面图形 D 。

(1) 求 D 的面积 A ;

(2) 求 D 绕直线 $x = e$ 旋转一周所得旋转体的体积 V 。

五、(10 分)

设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续、可导, $f'(x) < 0$, 且 $F(x) = \int_0^x (x - 2t)f(t)dt$

证明: $F(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调增加。