

# 河北大学 2010 年博士研究生入学考试试题

(套别: B)

学科、专业	研究方向	考试科目	备注
高分子化学与物理		高等数学	

所有答案均答在答题纸上, 答在本试题纸上无效。

## 一. 问答题 (12 分)

1. 何谓凹函数, 判据是什么?
2. 两个向量  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  的点积是什么,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  和  $\vec{b} \cdot \vec{a}$  的关系是什么?
3. 将  $\sqrt{1-x}$  在  $x=0.5$  点进行泰勒展开

## 二. 计算题 (40 分. 注: 计算结果是否存在, 如不存在请说明原因.)

1.  $\int \sin^3 \sqrt{x} dx$
2.  $\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx$
3.  $\int \frac{1}{x} dx$
4. 已知:  $Z = 1 - P + P \cdot Z^{a-1}$ ,  $a$  是一个正整数. 试给出当  $Z \rightarrow 1$  时  $P$  的  $P_c$  极限值.
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$
6.  $\int (1 - \sin^2 \frac{x}{2}) dx$
7. 求  $a^x$  对  $x$  的一阶导数
8. 设一个平面分别与  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴交与  $(a, 0, 0)$ 、 $(0, b, 0)$  和  $(0, 0, c)$  三点, 求此平面的方程.

# 河北大学 2010 年博士研究生入学考试试题

(套别: B)

学科、专业	研究方向	考试科目	备注
高分子化学与物理		高等数学	

所有答案均答在答题纸上, 答在本试题纸上无效。

## 三. 证明题. (12 分)

1. 证明:  $x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x$

2. 证明: 若函数  $f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  上连续, 在开区间  $(a, b)$  上可微, 证明在  $(a, b)$  内至少存在一点  $\xi$  ( $a < \xi < b$ ), 其使等式  $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$  成立.

## 四. 计算题. (36 分)

- 试求长度为  $2L$  的线所能围成矩形区域的最大面积。
- 已知一个有阻尼的谐振子在外力的作用下, 其运动方程为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F(t)}{m}, \text{ 其中 } \omega_0 \text{ 是其固有频率, } m \text{ 是振子的质量.}$$

$F(t) = F \cos \omega t$  是策动力.

(1) 求解体系的振幅  $x$  随时间的变化.

(2) 当  $\omega$  和  $\omega_0$  满足何种分布关系时,  $x$  可以达到最大值, 此现象一般称作何种现象?