# 2007年硕士研究生入学考试试题

科目名称：　量子力学　　共2页　第1页

**请考生将所有答案一律写在答题纸上，在题签上做题一律无效**

一、问答题（30分）

1、什么是定态？定态的特点是什么？

2、厄米算符 $\hat{F}$ 的本征值 $f_n$ 与本征矢 $|n\rangle$ 分别具有什么性质？

3、当体系处在力学量算符 $\hat{A}$ 的本征函数所描写的状态时，问力学量 $A$ 在该态中是否有确定值？另一力学量 $B$ 在什么情况下才会在该态中有确定值？

4、一线性谐振子处于 $\Psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ 态中，该谐振子能量的可能取值及相应几率是多大？(其中 $\psi_n$ 是一维谐振子的能量本征态)

5、全同粒子组成的系统波函数有什么特性？波函数的这特性与哪类粒子组成的系统对应？

6、中心力场中的电子，当计及自旋-轨道耦合作用后，下列哪些量是守恒量，为什么？

(a)、轨道角动量 $L$　(b)、自旋 $S$　(c)、总角动量 $j$　(d)、轨道角动量平方 $L^2$

二、证明与计算（30分）

1、设量子体系的束缚态能级和归一化能量本征态分别为 $E_n$ 和 $\psi_n$（$n$ 为量子数），设 $\lambda$ 为 Hamilton 算符 $H$ 含有的任何一个参数

（1）　证明：$\dfrac{\partial E_n}{\partial \lambda} = \left\langle \psi_n \middle| \dfrac{\partial H}{\partial \lambda} \middle| \psi_n \right\rangle$，此为费曼-海尔曼定理。

（2）　用此定理计算类氢离子的 $\left\langle \dfrac{1}{r} \right\rangle$。

2、证明：$[L_x, p_y] = [p_x, L_y] = i\hbar p_z$。

3、证明：$(\sigma\cdot\vec{A})(\sigma\cdot\vec{B}) = \vec{A}\cdot\vec{B} + i\sigma\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$

其中 $\vec{A}$ 与 $\vec{B}$ 是与 $\sigma$ 对易的任何两个矢量。$\sigma$ 为泡利算符。

三、（20分）一维无限深势阱中，质量为 $m$ 的粒子在 $t=0$ 时的状态为：

$\psi(x,0) = \dfrac{4}{\sqrt{a}}\cos^2(\dfrac{\pi x}{a})\sin\dfrac{\pi x}{a}$，其中 $a$ 为阱宽，试求：

（1）粒子能量的可能值及相应几率；

（2）$t$ 时刻粒子所处的状态；

（3）$t>0$ 和 $t=0$ 时粒子的平均能量。

四、(20分) 氢原子处于如下状态中：

$$\psi(r,s_z)=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sqrt{\frac{3}{5}}\psi_{100}+\sqrt{\frac{2}{5}}\psi_{211}\\ \sqrt{\frac{2}{5}}\psi_{100}-\sqrt{\frac{3}{5}}\psi_{210}\end{pmatrix}$$

，其中 $\psi_{nlm}$ 是氢原子哈密顿的正交归一化本征函数，求 $L^2, L_z, S_z$ 的可能值和相应几率及各量的平均值。

五、(30分) 由两个自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子组成的体系，设它们之间的相互作用为 $H = As_1\cdot s_2$（不考虑轨道运动），$A$ 为常数，$t=0$ 时，粒子 1 的自旋沿 $z$ 轴的正方向，粒子 2 的自旋沿 $z$ 轴的负方向，求

（1）$t>0$ 时体系的自旋波函数；

（2）$t>0$ 时测量粒子 1 自旋沿 $z$ 轴正方向的几率；

（3）总自旋 $S=0$ 和 1 的几率。

六、(20分) 一个质量为 $\mu$，角频率为 $\omega$ 的线性振子，受到微扰 $H'=\beta x^2$ 的作用，

（1）用微扰论求能量（到一级修正）；

（2）求能量的严格解，并与（1）的结果比较。

附：$\langle m|x^2|n\rangle=\frac{1}{2\alpha^2}[\sqrt{n(n-1)}\delta_{m,n-2}+(2n+1)\delta_{mn}+\sqrt{(n+1)(n+2)}\delta_{m,n+2}]$；其中 $\alpha=\sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}}$，$|n\rangle$ 为线谐振子的第 $n$ 个本征矢。