

2009 年硕士研究生入学初试试题

科目代码名称: 814 量子力学 共1页 第1页

一. 无限深方势阱的归一化的能量本征函数为 ψ_n , 能量本征值为 E_n 其中 $n=1,2,3\dots$ 。已知

$t=0$ 时刻粒子的波函数 $\psi(x,0) = c(\psi_1 + 3i\psi_2 + 2\psi_3)$ (30 分)

- (1) 求适当的常数 c 使得 $t=0$ 时刻的波函数归一化
- (2) 求 $t=0$ 时刻测量能量得到各个本征值 E_n 的概率
- (3) 求 $t=0$ 时刻能量的期望值。
- (4) 求 t 时刻粒子归一化的波函数。
- (5) 求 t 时刻测量能量得到各个本征值 E_n 的概率
- (6) 求 t 时刻能量的期望值。(提示: 答案使用 E_n, ψ_n 表示即可)

二. 求带电谐振子受到匀强电场作用后能量本征值的精确到二级微扰的表达式, 并求出能量

本征值的严格解与微扰结果比较。($H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega x^2$, $H' = -Eqx$) (25 分)

三. (1) 求 σ_z 表象下 y 方向泡利矩阵的 σ_y 的本征值和本征函数。

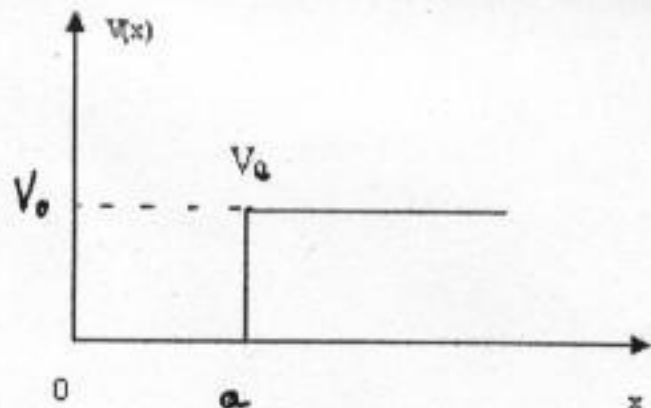
(2) σ_z 表象中的自旋波函数为 $\chi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, 求测量 σ_y 的可能的取值和相应的概率。

(3) 自旋与 y 方向的磁场互相作用哈密顿量为 $H = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = \frac{eB\hbar}{2\mu c} \sigma_y = \hbar\omega\sigma_y$

在 σ_z 表象下初始时刻自旋波函数为 $\chi(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, 求 t 时刻粒子的自旋波函数以及 t 时刻自旋角动量三个分量的期望值。(40 分)

四. 使用基本对易关系求下面对易子 $[l_x, x]$, $[l_x, p_z]$, $[l_z, l_x]$ (15 分)

五. 求如图一维半无限深方势阱的束缚态能级满足的方程, 并求出出现至少一个束缚态能级时势阱高度 V_0 , 宽度 a 满足的条件。势能函数如图 $x < 0$ 时势能为无穷大 (30 分)



六. 证明处在一维束缚定态中粒子动量的期望值为零。(10 分)