

2010 年硕士研究生复试考试试题

科目代码: 914 科目名称: 概率论与数理统计 共 | 页

注: 请将试题做在标准答题纸上, 在题签上做题无效。可以使用计算器。

一、10 支枪中有 8 支经过校正, 2 支没有经过校正。一射击手用校正过的枪射击时, 中靶的概率为 0.9, 而用未校正过的枪射击时, 中靶的概率为 0.3。从 10 支枪中任取一支进行射击,

1、求中靶的概率; (10 分)

2、已知射击后结果中靶, 求所用的这支枪已经经过校正的概率。(10 分)

二、一批灯泡中每只的寿命 ξ (单位: 小时) 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1000} e^{-\frac{1}{1000}x} & x > 0; \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

1、求数学期望 $E\xi$; (5 分)

2、任取一只灯泡试验, 求其寿命至少为 1000 小时的概率; (5 分)

3、一只灯泡已使用 1000 小时仍未坏, 求至少能再用 1000 小时的概率。(5 分)

三、设 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 - \frac{x}{2}\}$, 二维随机变量 (ξ, η) 的联合概率密度为:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & (x, y) \in D \\ 0 & (x, y) \notin D \end{cases}$$

1、求数学期望 $E\xi$, $E\eta$; (5 分)

2、求方差 $D\xi$, $D\eta$; (5 分)

3、求协方差 $\text{cov}(\xi, \eta)$; (5 分)

4、求相关系数 $\rho_{\xi\eta}$ 。(5 分)

5、判断 ξ 与 η 是否相互独立, 说明理由? (5 分)

四、甲乙二人进行一局乒乓球比赛, 二人水平相当, 每分甲乙获得的概率均为 0.5, 现在比分为 8: 7, 求甲此局获胜的概率。(10 分)

注: 规则为领先者至少达到 11 分并且至少净胜对方 2 分此局比赛结束。

五、某国甲乙二人竞选总统, 现要调查甲的支持率 p , 计划随机抽取 n 个选民做调查, 要使对 p 的估计误差不超过 2% 的概率为 0.9, 问: n 至少要取多大? (15 分)

注: 使用中心极限定理近似计算, 若 ξ 服从标准正态分布, 分布函数 $\Phi(x) = P(\xi \leq x)$,

可能用到的值为: $\Phi(1.25) = 0.8944$, $\Phi(1.45) = 0.9265$, $\Phi(1.65) = 0.9505$, $\Phi(1.85) = 0.9678$

六、分别叙述“依概率收敛”、“几乎处处收敛”、“特征函数”的定义。(15 分)

本试卷共六个大题, 到此结束。满分 100 分, 考试时间 2 小时。