2011年硕士研究生入学考试复试试题

科目代码：945　　　科目名称：概率论

注：（1）本试题共 1 页。

（2）请按题目顺序在标准答题纸上作答，答在题签或草稿纸上一律无效。

一、（本题满分16分）甲袋中有3只红球和2只白球，乙袋中有3只红球和6只白球，现从甲袋中任取一球放入乙袋，再从乙袋中任取一球。

（1）计算从乙袋中取到红球的概率；

（2）若已知从乙袋中取到的是红球，计算从甲袋放入乙袋的是红球的概率。

二、（本题满分10分）甲乙二人杀入新华杯围棋比赛决赛，依据以往战绩估算，每局甲获胜的概率为0.6，决赛采用三局两胜赛制，求甲夺冠的概率。

三、（本题满分10分）设随机变量X的概率密度函数为$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$，求$Y=X^2$的概率密度函数$g(x)$。

四、（本题满分10分）设X_1,X_2,X_3相互独立，且具有有限的期望μ和有限的方差σ^2，计算$Y=X_1-2X_2+3X_3$的期望和方差。

五、（本题满分15分）设$X_1,X_2,\cdots,X_n$相互独立，皆服从区间$(0,1)$上的均匀分布，$Y=\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$，求$Y$的期望与方差。

六、（本题满分15分）设随机变量X与Y皆服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，已知两者的相关系数为0.4，求方差$D(X-Y)$。

七、（本题满分24分）设$D=\{(x,y)\,|\,x+2y\le 2, x\ge 0, y\ge 0\}$，若二维随机变量$(X,Y)$的联合概率密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}1, & (x,y)\in D\\ 0, & (x,y)\notin D\end{cases}$，分别计算：

（1）数学期望$\mathbf{E}X$，$\mathbf{E}Y$；　　（2）方差$\mathbf{D}X$，$\mathbf{D}Y$；

（3）协方差$\mathrm{Cov}(X,Y)$；　　（4）相关系数ρ_{XY}。