

河北工业大学 2009 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [B] 卷

科目名称 数学分析

科目代码 810 共 1 页

适用专业 计算数学、应用数学

注: 所有试题答案一律写在答题纸上, 答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

一、证明: $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin(2\pi en!) = 2\pi$. (15 分)二、证明方程 $F(x + zy^{-1}, y + zx^{-1}) = 0$ 所确定的隐函数 $z = z(x, y)$ 满足方程 $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z - xy$. (15 分)三、证明: 若函数 $f(x)$ 在 I 上一致连续, $\{x_n\}$ 是 I 内任意的 Cauchy 序列, 则 $\{f(x_n)\}$ 也是 Cauchy 序列; 反之, 若函数 $f(x)$ 把有界集 I 内的任意 Cauchy 序列变为 Cauchy 序列, 则函数 $f(x)$ 在 I 上一致连续. (15 分)四、设函数 $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上连续可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0+} \sqrt{x} f'(x) = \alpha$, 证明函数 $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上一致连续. (15 分)五、计算曲面积分 $\iint_S 2(y^2 + x^2) dy dz - (8xy + 1) dz dx + 4zx dx dy$, 其中 S 是锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 介于 $z = 1$ 与 $z = 2$ 之间部分的外侧表面. (15 分)六、设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可积, 在 $[a, b]$ 外保持有界. 证明: $\lim_{h \rightarrow 0} \int_a^b |f(x+h) - f(x)| dx = 0$. (15 分)七、设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续且恒大于零, M 表示其最大值. 证明: $M = \lim_{p \rightarrow +\infty} \left(\int_a^b [f(x)]^p dx \right)^{\frac{1}{p}}$. (15 分)八、设 $f(x)$ 满足 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ 且 $f''(x) > 0$, 证明 $\sum_{n=1}^{\infty} [f(n+1) - f(n)]$ 及 $\sum_{n=1}^{\infty} f'(n)$ 都收敛. (15 分)九、计算 $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} \cos 2bx dx$. (15 分)

十、叙述并证明含参变量无穷限广义积分一致收敛的阿贝尔判别法. (15 分)