

## 河北工业大学 2010 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [B] 卷

科目名称 数学分析

科目代码 810 共 1 页

适用专业、领域 计算数学、应用数学

注：所有试题答案一律写在答题纸上，答案写在试卷、草稿纸上无效。

一、(15 分) 若  $a > 1$ , 用  $\varepsilon - N$  语言证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$ .二、(15 分) 讨论函数  $f$ ,  $|f|$ ,  $f^2$  在  $[0, 1]$  上黎曼可积之间的关系.三、(15 分) 设  $z$  为  $x, y$  的可微函数, 试将方程  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = z^2$  变换为  $w = w(u, v)$  的方程, 其中

$$x = u, y = \frac{u}{1+uv}, z = \frac{u}{1+uw}.$$

四、(15 分) 设  $f(x, y) = \begin{cases} \varphi(x, y) \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ .证明: 若  $\varphi(0, 0) = 0$ , 且  $\varphi$  在  $(0, 0)$  可微,  $d\varphi|_{(0,0)} = 0$ , 则  $f$  在  $(0, 0)$  可微, 且  $df(0, 0) = 0$ .五、(20 分) 将积分  $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{x+y} f(x, y, z) dz$  变换积分次序.六、(20 分) 证明: 若  $f(x)$  为连续函数且  $C$  为逐段光滑的封闭围线, 则  $\oint_C f(x^2 + y^2)(x dx + y dy) = 0$ .七、(20 分) 设  $u = u(x, y)$  和  $v = v(x, y)$  为液体的速度分量. 求在单位时间内流过以围线  $C$  为界的域  $S$  的液体的量 (即液体流出量与流入量的差). 若液体为不能压缩的, 且在域  $S$  内没有源泉和漏孔, 则函数  $u$  和  $v$  满足怎样的方程式?

八、(30 分) 讨论下列级数的敛散性:

$$1) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n} \quad (5 \text{ 分}) \quad ; \quad 2) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln^p n} \quad (10 \text{ 分}) \quad ; \quad 3) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln^p n \ln^q \ln n} \quad (15 \text{ 分}).$$