

2005 年天津工业大学硕士研究生入学考试试题
试题编号：426（量子力学）

考生注意：本试卷共三大题，满分 150 分，考试时间为 3 小时；

所有答案均写在答题纸上，在此答题无效。

一. 回答下列问题（共计 70 分）

1. 何谓微观粒子的波粒两象性（8 分）
2. 波函数 $\psi(r, t)$ 是用来描述什么的？它应满足什么样的自然条件？ $|\psi(r, t)|^2$ 的物理含义是什么？（8 分）
3. 分别说明什么样的状态是束缚态、简并态与负宇称态？（10 分）
4. 物理上可观测量应该对应什么样的算符？为什么？（8 分）
5. 坐标 x 分量算符与动量 x 分量算符 \hat{p}_x 的对易关系是什么？并写出两者满足的不确定关系。（8 分）
6. 设粒子的势能由 $V(x)$ 变为 $V(x) + C$ (C 为常数)，讨论粒子能量本征值及相应的本征函数的变化。（10 分）
7. 指出下列实验中，哪些实验表明了辐射场的粒子性，哪些实验主要证明能量交换的量子性？哪些实验主要表明物质粒子的波动性？简述理由。（10 分）
(1) 光电效应；(2) 黑体辐射谱；(3) Franck-Hertz 实验；(4) Davisson-Germer 实验；(5) Compton 散射。
8. 试叙述用变分法求体系基态能量的物理思想。（8 分）

二. 证明题（15 分）

设 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ 是厄密算符 \hat{F} 的本征函数，它们所属的本征值

2005 年天津工业大学硕士研究生入学考试试题
试题编号：426（量子力学）

为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 都不相等, 请证明当 $k \neq \ell$ 时, 有 $\int \phi_k^* \phi_\ell d\tau = 0$

三. 计算题 (65 分)

1. 一维无限深势阱 ($0 \leq x \leq a$) 中的粒子受到微扰

$$H'(x) = \begin{cases} 2\lambda \frac{x}{a} & 0 \leq x \leq \frac{a}{2} \\ 2\lambda(1 - \frac{x}{a}) & \frac{a}{2} < x \leq a \end{cases} \quad \text{的作用。}$$

求基态能量的一级修正。(15 分)

2. 设氢原子处于

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} R_{20}(r) Y_{00}(\theta, \varphi) - \frac{1}{2} R_{31}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) - \frac{1}{\sqrt{2}} R_{31}(r) Y_{1-1}(\theta, \varphi)$$

的状态上, 求其能量、角动量平方及角动量 z 分量的可能值与相应的取值概率, 进而求出它们的平均值。在该状态下, 计算能量与角动量平方同时取确定值 E_3 和 $2\hbar^2$ 的概率。(20 分)

3. 已知体系的哈密顿算符在某表象中的矩阵表示为 (20 分)

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 2\varepsilon & 0 & \varepsilon \\ 0 & 2\varepsilon & 0 \\ \varepsilon & 0 & 2\varepsilon \end{pmatrix}$$

求体系能量本征值及归一化本征矢组。

2005 年天津工业大学硕士研究生入学考试试题
试题编号：426（量子力学）

4. 在 \hat{S}_z 表象中, 求在 \hat{S}_z 的相应于本征值为 $\frac{\hbar}{2}$ 的本征态中, \hat{S}_x

的可能取值及相应的几率。(10 分) (提示: 在 \hat{S}_z 表象中,

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix})$$