2007年天津工业大学硕士研究生入学考试试题

试题编号：419　　试题名称：量子力学

注意事项： 1．本试卷共**二**道大题（共计 **13** 小题），满分 **150** 分；

2．本卷属试题卷，答案一律写在答题纸上，写在该试题卷上或草稿纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；

3．必须用蓝、黑色钢笔或圆珠笔答题，其它笔答题均无效。

* *

一、　填空题（每空 3 分，共计 45 分）

1. 在量子力学中，体系的量子态用 Hilbert 空间中的 ① 来描述，而力学量用 ② 描述，力学量算符必为 ③ 算符，以保证其 ④ 为实数。

2. 对一个量子体系进行某一力学量的测量时，所得到的测量值肯定是该力学量的 ⑤ 当中的某一个，测量结果一般来说是不确定的，除非体系处于该力学量的 ⑥，测量结果的不确定性来源于 ⑦ 。两个力学量同时具有确定值的条件是 ⑧ 。

3. Planck 的量子假说揭示了微观粒子的 ⑨ ，Einstein 的光量子假说揭示了光的 ⑩ 性，Bohr 的氢原子理论解决了经典电磁场理论和原子的 ⑪ 之间的矛盾。

4. 隧道效应是指 ⑫ 。

5. 量子力学中，把内禀属性（静质量、电荷、自旋、磁矩、寿命等）相同的粒子称为 ⑬。

6. 在不计自旋时氢原子的第 n 个能级简并度为 ⑭ 。

7. 自旋角动量与自旋磁矩的关系为 ⑮ 。

二、计算题（105 分）

1. （20 分）一维运动的粒子处在 $\Psi(x)=\begin{cases} Axe^{-\lambda x} & x\ge 0 \\ 0 & x<0 \end{cases}$ 的状态，$\lambda>0$ 为常数。

求：

（1）归一化常数 A

（2）粒子坐标的几率密度

（3）在何处找到粒子的几率最大

（4）求粒子坐标的平均值$\overline{x}$和粒子坐标平方的平均值$\overline{x^2}$

(积分公式：$\int_0^\infty x^n e^{-\alpha x}dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$)

2.（20分）设氢原子处于

$$\psi(r,\theta,\varphi) = C[\frac{1}{\sqrt{2}}R_{20}(r)Y_{00}(\theta,\varphi) - \frac{1}{2}R_{31}(r)Y_{10}(\theta,\varphi) - \frac{1}{\sqrt{2}}R_{31}(r)Y_{1-1}(\theta,\varphi)]$$ 的状态上，

求（1）归一化常数C

（2）能量、角动量平方及角动量Z分量的可能取值与相应的取值概率，进而求出它们的平均值。在该状态下，计算能量与角动量平方同时取确定值E_3和$2\hbar^2$的概率。

已知氢原子的能量$E_n = -\frac{\mu e^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}$

3.（15分） 在三维希尔波特空间中，已知两个算符$\hat{H}$和$\hat{B}$的矩阵形式为

$$\hat{H} = \hbar\omega\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}；\hat{B} = b\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

其中，b、ω为实常数。证明算符$\hat{H}$和$\hat{B}$是厄米算符，并且两者相互对易。

4. （15分）设一量子体系的Hamilton量为

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_1 & a_1 & a_2 \\ a_1^* & E_2 & a_3 \\ a_2^* & a_3^* & E_3 \end{pmatrix}$$

而且，$|a_1|^2$，$|a_2|^2$，$|a_3|^2 << 1$，试利用微扰法计算体系能量的一，二级修正值。

5. （20 分）设一量子体系处于用波函数$\psi(\theta,\varphi)=\frac{1}{\sqrt{4\pi}}(e^{i\varphi}\sin\theta+\cos\theta)$所描述的量子态。

求：（1）在该态下，$\hat{l}_z$的可能测值和各个值出现的几率。

（2）$\hat{l}_z$的平均值。

如有必要可利用$Y_{10}=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$，$Y_{1\pm1}=\mp\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{\pm i\varphi}$。

6.（15 分）　求在自旋态$\chi_{\frac{1}{2}}(s_z)$中，$\hat{S}_x$和$\hat{S}_y$的不确定性

$\overline{(\Delta s_x)^2}\bullet\overline{(\Delta s_y)^2}=?$