1999年天津大学运筹学基础考研试题

1999年天津大学运筹学基础试题

一、填空（27%）

1. 某工程公司拟从四个项目中选择若干项目，若令

$$x_i=\begin{cases}1, & \text{第}i\text{个项目被选中,}\\ 0, & \text{第}i\text{个项目未被选中,}\end{cases}\quad i=1,2,3,4.$$

用x_i的线性表达式表示下列要求：(1) 从1，2，3项目中至少选个：________，(2) 只有项目2被选中，项目4才能选中：________.

2. 考虑线性规划问题

$$\max z=5x_1+12x_2+4x_3$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}x_1+2x_2+x_3\le 5\\ 2x_1-x_2+3x_3=2\\ x_1,x_2,x_3\ge 0\end{cases}$$

用单纯形法求解，得其终表如下：

c_j			5	12	4	0	$-M$
C_B	X_B	$B^{-1}b$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
12	x_2	8/5	0	1	$-1/5$	2/5	$-1/5$
5	x_1	9/5	1	0	7/5	1/5	2/5
σ_j			0	0	$-3/5$	$-29/5$	$-M+2/5$

x_4为松弛变量，x_5为人工变量。

(1) 上述模型的对偶模型为

____________.

(2) 对偶模型的最优解为 __________.

(3) 当两种资源分别单独增加一个单位时，目标函数值分别增加______和______.

(4) 最优基的逆矩阵 $B^{-1}=\left[\qquad\qquad\right]$.

(5) 如果原问题增加一个变量，则对偶问题的可行域将可能变大还是变小？____________.

3. 用表上作业法求解某运输问题，若已计算出某空格的检验数为 −2，则其经济意义是________________________________，若从该空格出发进行调整，设调整量为2，则调后可使总运费下降________.

4. 动态规划中的 Bellman 最优性原理是____.

5. 某施工网络图(PERT)的关键路线如下图，箭线上数为工序时间 T_{ij}，下面数字为工序方差 σ_{ij}^2.

$$① \xrightarrow[0.78]{11.46} ② \xrightarrow[0.64]{15.38} ③ \xrightarrow[0.39]{10.51} ④ \xrightarrow[1.00]{12} ⑤$$

此工程的期望完工期 $T_E=$__________，工程在48天内完工的概率为(只列表达式)________________.

6. 设报童每日的售报量Q是随机变量，其概率分布为P(Q)，报童每售出一份报赚 k 元，若报纸当天未售出，每份赔 h 元，则报童每日最佳的(期望损失最小的)报纸订货(批发)量 Q^* 的确定方法是__________________，现若知 k=2.5, h=1.25，P(Q)如右表所示，则报童每日订购_______份最佳.

Q	100	110	120	130	140	1…
P(Q)	0.15	0.20	0.19	0.18	0.17	0…

7. 矩阵对策的研究对象是__________对策问题. 它在
策略意义下有解的充要条件是；该解是____点.

二（13%）用表上作业法求解下面的平衡运输问题

$$\min z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}$$

$$s.t.\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=a_i, & i=1,\cdots,m\\ \sum_{i=1}^{m}x_{ij}=b_j, & j=1,\cdots,n\\ x_{ij}\ge 0, & i=1,\cdots,m,\ j=1,\cdots,n\end{cases}$$

时计算某方案的空格 $[i,j]$ 检验数 σ_{ij} 可采用位势法，其主要步骤如下：

(1) 建立线性方程组 $u_i+v_j=c_{ij}$，其中 c_{ij} 为所有有数格的运价，u_i, v_j 分别称发地 i 和收地 j 的位势。

(2) 令 $u_1=0$，求解得位势值 u_i, v_j，$i=1,\cdots,m, j=1,\cdots,n$。

(3) $\sigma_{ij}=c_{ij}-(u_i+v_j)$。

证明该方法的正确性，即证明空格 $[i,j]$ 的检验数为

$$\sigma_{ij}=c_{ij}-(u_i+v_j).$$

三（12%）某大学生正在计划如何安排在7天时间里复习4门考试课程。他要求每天只能安排一门课程的复习，每门课程至少需复习1天。据他估计各门课程的复习时间与所能带来的成绩提高关系如下表。请在下面两小问中任选作一问

(1) 用动态规划方法求使其总成绩提高最多的复习天数安排计划。

(2) 不具体计算，但要写出问题的阶段变量、状态变量、阶段状态变量集（即状态变量取值范围）、决策变量、阶段指标、指标函数、基本方程（递推公式）。

估计的提高分数

复习天数 \ 课程	1	2	3	4
1	4	3	5	2
2	4	5	6	4
3	5	6	8	7
4	8	7	8	8

四（10%）某地区有3个城镇，各城镇每天产生的垃圾运往该地区的4个垃圾处理场处理，现考虑各城镇之[illegible]

各处理场的道路对各城镇垃圾外运的影响，假设各城镇每日产生的垃圾量、各处理场的日处理能力及各条道路（可供运垃圾部分）的容量（其中容量为0者表示无此直接道路）如右表所示。试用网络流方法分析目前的道路状况能否使所有垃圾都运到处理场得到处理，如果不能，应首先拓宽哪条道路，请画出相应的网络图，并说明分析的过程（可不具体求解）。

城镇 \ 处理场	1	2	3	4	垃圾量
1	30	20	10	0	50
2	0	0	20	40	70
3	50	40	20	30	80
处理量	60	40	90	30	

五（10%）某购物中心设有一个能容纳100辆轿车的停车场，设轿车的到达为一泊松流，顾客的购物时间服从负指数分布，当轿车到达停车场时若停车场已满，则轿车将不再等待而离去。

(1) 此问题可看作何种类型的排队模型？

(2) 请解释本问题中的状态概率P_n、队长L_s、排队长L_q、逗留时间W_s和等待时间W_q的实际意义。

(3) 如果购物中心的经理希望知道是否需扩大停车场容量，你认为对此可怎样分析？

六（10%）在确定性存贮问题中，记C_1为订货费，C_2为存贮费，C_3为缺货费，R为需求率，设C_1、C_2和R均为常数，不需要提前订货，且一订货即可全部供货。

(1) 请分别写出不允许缺货和允许缺货（缺货要补）两种条件下最佳批量相应的总费用表达式，并说明允许缺货时的费用不会超过不允许缺货时的费用。

(2) 若 $R=50$ 箱/月，$C_1=60$ 元/次，$C_2=40$ 元/月，允许缺货且缺货要补，$C_3=40$ 元/箱.周，求最佳订货批量及订货间隔时间.

七（18%）某制造商生产的零部件次品率为 p，该零部件每150件为一批次．以往的经验表明 $p=0.05$ 或 $p=0.25$，而且有80%的批次 $p=0.05$（有20%的批次 $p=0.25$）．这些零部件被用来装配成整机，零部件的质量可在整机出厂前被检验出来．制造商可以在装配之前先对零部件进行检测，筛掉次品，这样每件要花费10元；也可以不检测而直接使用，但这样每个次品的重制成本需100元．上述成本数据计算如下表：

	$p=0.05$	$p=0.25$
检测	1500	1500
不检测	750	3750

若决定进行检测，则要花2天时间准备检测仪器设备．但在决定是否检测之前，可以从一批中抽取一件去试验室做快速初检，可得知其是否次品．快速初检费是85元．

(1) 若不考虑快速初检，制造商的最优决策是什么？

(2) 制造商为"完全信息"所值得付费的上限为何？

(3) 是否应考虑做快速初检？若经快速初检结果是次品，制造商的最优决策为何？