

天津大学招收 2004 年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目名称：运筹学基础

考试科目编号：813

一 (12%)、 填空

1. 设线性规划问题 $\max\{cx \mid Ax = bx \geq 0\}$ 有最优解 x^* 和影子价格 y^* , 则线性规划问题 $\max\{2cx \mid Ax = bx \geq 0\}$ 的最优解=_____, 影子价格=_____。

2. 将非平衡运输问题化为平衡运输问题, 在表上相当于增加一个虚设的_____, 在模型中相当于增加若干个_____变量。

3. 某工程公司拟从 1、2、3、4 四个项目中选择若干项目。若令

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个项目被选中} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 个项目未选中} \end{cases}, i = 1, \dots, 4$$

请用 x_i 的线性表达式表示下列要求: (1) 若项目 2 被选中, 则项目 4 不能被选中: _____

(2) 只有项目 1 被选中, 项目 3 才能被选中: _____。

4. 设风险性决策问题中, 相应于状态 θ_i 的概率为 $P(\theta_i)$, $i = 1, \dots, m$, 相应于 θ_i 和决策 d_j 的结局 (利润) 为 u_{ij} , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, 则完全信息期望值

EVPI=_____, 由于它和最小期望机会损失相等, 因此, 它的另一种表示形式是:

EVPI=_____。

5. 矩阵对策的研究对象是_____对策问题。它在纯策略意义下有解的充要条件是: 该解是_____点: 如果它在纯策略意义下无解, 则它在_____意义下必有解。

二 (23%)、某公司生产家用的清洁产品, 为了在高度的市场竞争中增加市场份额, 公司决定进行一次大规模的广告行动。表 1 给出了公司准备做广告的三种产品名称、估计每做一单位广告 (一个广告标准批量) 使每种产品的市场份额增加量、公司拟定的广告后每种产品市场份额增加量的最低目标和两种可选的广告方式的单价。

表 1

单位增量 产品	电视	印刷媒体	广告后市场份额最低增量
去污剂	0%	1%	3%
液体洗涤剂	3%	2%	18%
洗衣粉	-1%	4%	4%
广告单位成本 (万元)	100	200	

其中洗衣粉的市场份额出现负值是由于液体洗涤剂的份额增加会造成洗衣粉份额的减少。

现公司需拟定使广告总费用最少的广告计划, 即决定电视和印刷媒体的广告数量 (分别记为 x_1 和 x_2)。

1. 请写出此问题的线性规划模型 (约束依表 1 中产品的次序), 并将模型化为标准型。

2. 用 (Min 型) 单纯形法求解此问题, 得单纯形终表如表 2。

表 2

C_B	X_B	$B^{-1}b$	100 x_1	200 x_2	0 x_3	0 x_4	0 x_5	M x_6	M x_7	M x_8
0	x_5	4				1/3	1	14/3	-1/3	-1

100	x_1	4	-1/3	0	-2/3	1/3	0
200	x_2	3	0	0	1	0	0
σ_j			400/3	100/3	M-400/3	M-100/3	M

(1) 请填完表中空白；(2) 由表指出最优广告计划并求出相应的最低广告费用，此最优计划使每种产品的市场份额最低增量目标达成情况如何？

3. 写出此问题的对偶问题模型，由表 2 求出对偶最优解 Y^* ，并解释 Y^* 的实际意义。

三 (10%)、证明线性规划中的互补松弛定理：设 (P)

$[\max]z=CX, X \in \{X|AX \leq b, X \geq 0\}, (D)[\min]u=Yb, Y \in \{Y|YA \geq b, Y \geq 0\}$ ，若 \bar{X}, \bar{Y} 分别是 (P) (D) 的可行

解， \bar{X}_s, \bar{Y}_s 分别是其相应的松弛变量，则 \bar{X}, \bar{Y} 是 (P), (D) 的最优解的充要条件是： $\bar{Y}_s \bar{X}_s = 0$ ；

并解释互补松弛定理的经济意义。

四 (15%)、某工厂购进 100 台机器，准备用于生产 A、B 两种产品。若生产产品 A，每台机器每年可收入 45 万，损坏率为 65%，若生产产品 B 每台机器年收入 35 万，损坏率为 35%，估计三年后将有新的机器出现，旧的机器将全部淘汰。请在下列两问中任选一问：

- 1、试问每年就如何生产，使三年内的收入最多？运用动态规划方法具体计算求解。
- 2、写出用动态规划方法求解时的阶段变量、状态变量、决策变量、状态转移、阶段指标、指标函数、基本方程（递推公式），不必具体计算。但请简要说明当不能肯定三年后将有新的机器出现，而要求到第三年末保留一定数量的旧机器时求解过程将做何调整。

五 (14%)、某工程有关资料如下表。

工序	紧前工序	平均工序时间 (周)	估计的工序时间方差 σ^2
A	—	1	0.67
B	—	1	0.67
C	A	1.4	3.00
D	B	1	1.78
E	A、D	2	1.67
F	A、D	7	2.78
G	E、F	5	1.11
H	F	4	1.11
I	G、H	12	2.66
J	I	1	0.00

- (1) 画出工程网络图确定关键工序及期望工期；
- (2) 求工程在 30 周内（不超过 30 周）完成的概率；
- (3) 图示此概率的几何意义，并由此说明实际中工程在 30 周内完成的可能性一般会小于此概率。

附：标准正态分布表

Z	0	1	2	3
$\Phi(z)$	0.50	0.84	0.97	0.99

六 (15%)、某公司近期向市场推出了一种新产品，多功能复印打印机。该产品的多功能很受顾客欢迎，但一旦需停下来维修则要同时耽误多项工作，因此，顾客要求尽量缩短维修等待时间。

为此，公司的技术服务部在每个销售区域设置了一位技术服务代表专门负责该产品维修服务。假设顾客要求维修的电话是完全随机到达，平均每天到达 3 个。而技术服务代表连续工作时，平均

每天完成 4 项维修任务。

- (1) 该服务系统能否看作一个 $MM/1$ 排队系统？为什么？
- (2) 假设该系统可看作一个标准的 $MM/1$ 排队系统，求出系统的服务强度（技术服务代表的繁忙率）和顾客的平均等待（不包括维修）时间。
- (3) 现公司希望将顾客的平均等待时间降为不超过 0.25 天。为此需将每个技术服务代表的服务区域缩小为达到率不超过多少？这时每个技术服务代表的服务强度降为多少？

七（10%）、某公司主要以短期存款的方式保留现金准备，由此取得 3% 的年利率。但每隔一定时间要提款支付工资和其他现金需要，这些现金是从无息的支票账户支出的。而从短期存款账户转出存款，每次要缴付罚金和手续费，计 100 元。若需从支票账户支出的现金需求是每天 300 元。应隔多久从短期存款账户转入支票账户一次？每次转入的现金数量是多少？