天津大学招收　２００７年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目名称：运筹学基础考试科目编号：４３２

所有答案必须写在答题纸上，并写清楚题号，写在试题上无效。

一填空（２０分）

1 下面给出某线性规划问题的单纯形初表和终表（Min型）

			0	1	−3	0	2	0
C_B	X_B	$B^{-1}b$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	x_1	7	1	3	−1	0	2	0
0	x_4	12	0	−2	4	1	0	0
0	x_6	10	0	−4	3	0	8	1
σ_j								

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_2	2/5		0	1/10		0
x_6	1/5		1	3/10		0
	1		0	−1/2		1
σ_j						

(1)初表的出基变量为（），进基变量为（）

(2)　最优基逆$B^{-1}=[\ ]$

(3)填完终表。

(4)　最优基$X^*=()$

(5)对偶问题最优解$y^*=()$

(6)若原问题增加一个新的非负变量，则对偶问题的最优目标值将（变大，不变，变小）（）

2 将非平衡运输问题化为平衡运输问题，在表上相当于增加一个虚设的（），在模型中相当于增加若干个（）变量

3 在确定性存储问题中，记C_1

为订货费，C_2为存储费，C_3为缺货费，R为需求率，设C_1, C_2, C_3和R均为常数

不需要提前订货，且一订货即可全部供货，则不允许缺货时最佳批量相应的单位时间

总费用为$\bar{C}=()$,允许缺货时（缺货要补）最佳批量相应的单位时间总费用$C=()$

二者的大小关系为$\bar{C}()(\geq$ 或 $\leq)C$

4在$M/M/1/N/\infty$排队模型中，顾客的平均到达率为　λ，平均服务率为μ，系统的

状态概率为$P_i(i=0,1,...,N)$,则到达的顾客被拒绝排队的概率为（）

系统的有效到达率为（）

二（２０分）某化学制药厂有m种有害副产品，它们的数量为$bi(i=1,...,m)$按照规定，必须经过处理，制成n种无害物后才能废弃。设aij为每制成一单位第$j(j=1,...,n)$种无害物可以处理掉第i种有害物的数量，cj为制成一单位第j种无害物的费用。

1 现欲求各无害物的产量xj以使总的处理费用为最小，请写出此问题的线性规划模型；

2 写出此问题的对偶规划模型，并解释对偶规划模型的经济意义。

三（１５分）考虑下面两个线性规划

$(I)[Min]z=CX\,(\Pi)[Min]z^{'}=C^{'}X$

约束条件$AX=b$约束条件$AX=b$

$X\geq 0 X\geq 0$

已知X^*是（I）得最优解，$X^{'*}$是（∐）得最优解，试证：$(c^{'}-c)(X^{'*}-X^*)\leq 0$

四（25分）某投资拟对A与B两种基金进行投资，投资期限5年。该投资的收益有两部分：一是长期的至第5年末的红利收入，年利率分别为$I_A=0.06$和$I_B=0.04$计复利且5年间利率不变（例如，第I年初投入A资金1元,5年后红利收入$(1+0.06)^5$元）二是短期的每年利息收入，两种基金在不同年份的利率i_{Ak}和i_{Bk}见下表（例如，第I年初投入A基金1元，除5年后的红利收入外，一年后还有0.02元的利息收入）

基金/年份	1	2	3	4	5
A	0.020	0.023	0.024	0.026	0.030
B	0.050	0.050	0.055	0.045	0.055

该投资者第I年初投入资金50000元，以后第2至5年初每年还再投入10000元（不包括已投资的利息收入），收益计算方法相同（如第2年初投入A资金1元，第5年末红利收入$(1+0.06)^4$元，同时第2至5年末还有年利息）。所有投入基金的资金（包括年利息）在第5年末之前不得支取。现投资者需决定每年初的资金（当年投入资金加已投资金的短期年利息）对基金A和B的分配额，以使第5年末总收入最大。

拟用动态规划方法解此问题（按逆序递推），设：状态变量s_k为第k年初可分配的资金总量；决策变量x_k为第k年初分配给基金A的资金量。

1写出：（1）状态转移方程；（2）阶段指标（提示：第5年的阶段指标因年末短期年利息收入不再投入需要独表示）；（3）基本（递推）方程

2求出最优指标$f_5(s_5)$和$f_4(s_4)$以及相应的最优决策$x_5^*(s_5)$和$x_4^*(s_4)$

五（30分）某施工单位提交的一项目的网络计划如下图所示，箭线下面的数字为该工作（工序）的正常工作时间（天），要求工期18天

$(2)\xrightarrow[C]{5}(4)\xrightarrow[G]{8}(6)$

$A\downarrow 4$

$(1)\rightarrow 3B(3)\rightarrow D6(5)\mapsto H3(6)$

1监理工程师在审查该图时发现工作D的紧前工作除B外还应有A，请在图中把这一关系正确表示出来，并指出网络计划的关键线路（在图中用双线或色笔标出）和（计算）工期；

2当上述网络计划尚未实施时，建设单位提出需增加工作M，它的紧前工作为A和B，紧后工作为E和G, M工作所需时间为9天。画出增加M后的网络计划，并指出此时的关键线路（在图上用双线或色笔标出）和（计算）工期；

3增加工作M后，如工期仍要求18天，施工单位经分析后，考虑有些工作可以适当赶工，并估算出赶工1天所需增加的费用（直接费率），如下表所示（表中未列出的工作不能赶工）；

工作名称	正常时间	最短时间	直接费率（百元/天）
A	4	2	6
B	3	2	3
C	5	4	2

D　6　41

E　6　42

G　8　73

给出使工期仍为18天且增加赶工费最少的方案（要求写出每步调整的工作，调整的天数及最后方案的网络计划，并在最后方案的网络计划中标出关键路线）。

六（25分）某服装厂设计了一款新式服装准备推向全国。如直接大批生产与销售，主观估计成功与失败的概率各为0.5，气氛别的获利为1200万元与－500万元，如取消生产销售计划，则损失设计与准备费用40万元。为稳妥起见，可先小批生产试销，试销的投入需45万元，根据过去情况大批生产销售为成功的例子中，试销成功的占84%，大批生产销售失败的事例中试销成功的占36%。试根据期望值准则决定是否要进行试销如果试销，在试销成功与失败两种情况下的决策为何？分析过程中要求画出决策树。

七（15分）甲乙二人玩一种游戏，甲有两个球，乙有三个球，在互不知道的情况下将球分别投入A, B两个箱中（没有都不允许有剩余球）。设甲投入两箱中球数分别为n_1和n_2，乙投入两个箱中球数分别为m_1和m_2;若$n_1 > m_1$.甲赢（m_1+1）若$n_2 > m_2$甲赢（m_2+1);若$n_1 < m_1$甲输（n_1+1）若$n_2 < m_2$甲输（n_2+1);在其他情况下双方无输赢（即值为0），试将此问题表示成个二个零和对策，即写出甲乙的可选策略和相的损益矩阵(不必求解)

四、

解: 1.

(1) $s_{k+1} = x_k \cdot i_{AK} + (s_k - x_k) \cdot i_{BK} + 10000;\quad s_1 = 50000$

(2) 阶段指标函数$v_k(s_k,x_k)=(x_k+0.06)^{6-k}+(s_k-x_k+0.04)^{6-k}$

$v_5(s_5,x_5)=x_5\cdot i_{A5}+(s_5-x_5)\cdot i_{B5}+(x_5+0.06)+(s_5-x_5+0.04)$

(3)　递推方程

$f_6(s_6)=0$

$f_5(s_5)=\max\limits_{0\le x_5\le s_5}\{x_5\cdot i_{A5}+(s_5-x_5)\cdot i_{B5}+(x_5+0.06)+(s_5-x_5+0.04)+f_6(s_6)\}$

$f_k(s_k)=\max\limits_{0\le x_k\le s_k}\{(x_k+0.06)^{6-k}+(s_k-x_k+0.04)^{6-k}+f_{k+1}(s_{k+1})\}\quad(k=1,2,3,4)$

$s_{k+1}=x_k\cdot i_{AK}+(s_k-x_k)\cdot i_{BK}+10000$

2.

$$
\begin{aligned}
f_5(s_5)&=\max_{0\le x_5\le s_5}\{x_5\cdot i_{A5}+(s_5-x_5)\cdot i_{B5}+(x_5+0.06)+(s_5-x_5+0.04)+f_6(s_6)\}\\
&=\max_{0\le x_5\le s_5}\{0.03x_5+0.055(s_5-x_5)+(x_5+0.06)+(s_5-x_5+0.04)+0\}\\
&=\max_{0\le x_5\le s_5}\{0.1+1.055s_5-0.025x_5\}
\end{aligned}
$$

当$x_5^*=0$时，取得最大值，$f_5(s_5)=0.1+1.055s_5$

$$
\begin{aligned}
f_4(s_4)&=\max_{0\le x_4\le s_4}\{(x_4+0.06)^{6-4}+(s_4-x_4+0.04)^{6-4}+f_5(s_5)\}\\
&=\max_{0\le x_4\le s_4}\{(x_4+0.06)^2+(s_4-x_4+0.04)^2+0.1+1.055s_5\}\\
&=\max_{0\le x_4\le s_4}\{(x_4+0.06)^2+(s_4-x_4+0.04)^2+0.1+1.055(x_4\cdot i_{A4}+(s_4-x_4)\cdot i_{B4}+10000)\}
\end{aligned}
$$

令$h_4(s_4,x_4)=(x_4+0.06)^2+(s_4-x_4+0.04)^2+0.1+1.055(0.026x_4+0.045(s_4-x_4)+10000$

$$\frac{dh_4}{dx_4}=2(x_4+0.06)-2(s_4-x_4+0.04)+1.055\times0.026-1.055\times0.045=0$$

解得$x_4^*=0.5s_4-0.005$时,取最大值