

1999 年南开大学高等数学考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

一、求下列函数的极限。(20分)

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}; \quad \textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 0} (x + e^x)^{\frac{1}{x}};$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_1^x t^2 e^t dt}{x^2 e^x}; \quad \textcircled{4} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arcsin x}{\sin^3 x}$$

二、求下列函数的积分。(20分)

$$\textcircled{1} \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^2 x}} dx; \quad \textcircled{2} \int x \ln x dx; \quad \textcircled{3} \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 + a^2)^3}}$$

三、设 $f(x)$ 为 $[0, \infty)$ 上的单调连续函数, $\int_0^{\infty} f(x) dx$ 收敛。证明 $\lim_{x \rightarrow \infty} x f(x) = 0$ 。(10分)

四、设 D 是直线 $x=0$, $y=1$ 及 $y=x$ 围成的区域

计算 $I = \iint_D x^2 e^{-y^2} dx dy$ 的值。(10分)

五、设 $\Delta u = \frac{x^2 u}{x^2} + \frac{y^2 u}{y^2}$, 求 Δu , 若

$$\textcircled{1} u(x, y) = x^3 - 3xy^2; \quad \textcircled{2} u(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2} \quad (10分)$$