

1999 年南开大学计量经济学考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>



1. (15分) 设截距项为零的一元线性回归模型为:

$$y_t = \beta x_t + \varepsilon_t, \quad t=1, \dots, T$$

其中 $E(\varepsilon_t) = 0$, $\text{var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$, $E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0 \quad (t \neq s)$

设 $\hat{\beta}$ 为 β 的最小二方估计量, 试证:

$$(1) \hat{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^T x_t y_t}{\sum_{t=1}^T x_t^2} \quad (2) E(\hat{\beta}) = \beta \quad (3) \text{var}(\hat{\beta}) = \sigma^2 / \sum_{t=1}^T x_t^2$$

2. (15分) 设线性回归模型为:

$$y = X\beta + \varepsilon$$

其中 $E(\varepsilon) = 0$, $E(\varepsilon \varepsilon') = \sigma^2 I$.

已知 β 的最小二方估计量 $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$, 试导出方差 σ^2 的无偏估计量 $\hat{\sigma}^2$.

3. (10分) 设线性回归模型为:

$$y = X\beta + \varepsilon$$

其中 $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$

证明: β 的最大似然估计量 $\hat{\beta}$ 与 σ^2 的无偏估计量 $\hat{\sigma}^2$ 是相互独立的.

4. (10分) 设线性回归模型为:

$$y = X\beta + \varepsilon$$

其中 $E(\varepsilon) = 0$, $E(\varepsilon \varepsilon') = \sigma^2 \Sigma$, Σ 为对称正定矩阵

设 $\beta^* = (X'X)^{-1}X'y$ 是 β 的线性无偏估计量, $\hat{\beta}$ 是 β 的广义最小二方估计量,

证明: β^* 的协方差矩阵比 $\hat{\beta}$ 的协方差矩阵多一个非负定矩阵.

5. (15分) 写出 Goldenfeld - Quandt 异方差性检验的步骤.

6. (10分) 设线性回归模型为:

$$y_t = b_0 + b_1 x_t + \varepsilon_t, \quad t=1, \dots, T$$

已知 ε_t 具有二阶自回归形式:

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + v_t$$

式中 v_t 满足: $E(v_t) = 0$, $\text{var}(v_t) = \sigma_v^2$, $E(v_t v_s) = 0$ ($t \neq s$)

证明: ρ 的估计值

$$\hat{\rho} \approx \frac{\sum_{t=2}^T \varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t-1}}{\sum_{t=2}^T \varepsilon_{t-1}^2}$$

其中 ε_t 为最小平方残差.

7. (10分) 设线性回归模型为:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{t2} + \dots + \beta_k x_{tk} + \varepsilon_t, \quad t=1, \dots, T$$

其中, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$

假设截距 β_1 在第一样本段 ($t=1, \dots, T_1$) 与第二样本段 ($t=T_1+1, \dots, T$) 取不同之值. 试定义虚变量, 将模型改写为虚变量格式, 并说明参数可用什么方法估计.

8. (15分) 考虑下述相关矩阵

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k1} & r_{k2} & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{其中 } k \text{ 为自变量个数, } r_{ij} \text{ 为 } x_i \text{ 与 } x_j \text{ 的相关系数.}$$

如何根据相关系数行列式判断:

1) 是否存在完全多重共线性 2) 是否存在不完全多重共线性 3) X 之间是否完全不相关.