

## 2000 年南开大学概率统计信息考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

### 一. 计算

1. 甲乙两人轮流射击, 先中目标者胜。如他们的命中率分别为  $p$  与  $q$ , 问在以下情况下他们两人各自获胜的概率是多少?  
(1) 如由甲先射;  
(2) 射击的次序按抽签的方式决定。
2. 设  $\xi, \eta, \zeta$  是三个独立同分布的随机变量, 且是在  $(0, 1)$  区间上取均匀分布, 求:  $\text{Max}(\xi, \eta, \zeta)$  的分布密度, 数学期望与方差。
3. 设  $X(t)$  是一个在整数集合  $\{1, 2, \dots, m\}$  上的随机游动, 其中 1 与  $m$  是吸引壁, 这时相应的转移概率矩阵为:  
$$Q(j/i) = \begin{cases} 1/2, & i \neq 1 \text{ 与 } m, \text{ 且 } j = i-1 \text{ 或 } i+1, \\ 1, & i = 1, j = 1 \text{ 或 } i = m, \text{ 且 } j = m, \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$$

试求:

- (1) 从状态  $k$  到  $m$  的时间的概率分布;
- (2)  $X(0)$  的初始分布  $P(i)$ , 使  $X(t)$  为平稳序列。

#### 4. 求

- (1) 二元信源  $X = \begin{pmatrix} 0, & 1 \\ p, & q \end{pmatrix}$  的 Shannon 熵与率失真函数;
- (2) 二进对称信道:  $p(1/0) = p(1/0) = \epsilon, p(0/0) = p(1/1) = 1 - \epsilon$ , 的信道容量;
- (3) Z 信道:  $p(1/1) = 1, p(1/0) = 0, p(0/0) = 1 - \epsilon, p(1/0) = \epsilon$ , 的信道容量。

### 二. 证明与问答

5. 写出以下分布的极大似然估计公式, 并证明它们的无偏性, 一致性和有效性。
  - (1) 正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$  对均值  $\mu$  的估计;
  - (2) 指数分布  $E(\lambda)$  对均值  $\lambda$  的估计。
  - (3) 二项式分布:  $b(n, m; p)$ ,  $m = 1, 2, \dots, n$ , (其中  $n, p$  为固定参数) 对参数  $p$  的估计。
6. 叙述并证明奈曼 - 皮尔逊引理和詹生 (Jensen) 不等式。

以上 1, 2, 6 题每题 20 分, 3, 4, 5 题每题 30 分, 满分为 100 分。

