

2000 年南开大学高等数学考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

2000 年南开大学高等数学试题

一、求下列函数和数列的极限 (12分)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x + \sin \frac{1}{x}}{\ln x + \cos \frac{1}{x}}$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{1+2+3+\dots+n}, \text{ (其中 } n \text{ 为自然数)}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^x$$

二、求下列函数导数 (12分)

$$(1) \begin{cases} x = \frac{1}{1+t^2} \\ y = \frac{t}{1+t^2} \end{cases} \text{ 求 } \frac{dy}{dx}$$

$$(2) y = xe^x \text{ 求 } \frac{dy}{dx}$$

$$(3) y = \begin{cases} \cos \frac{\pi}{2}x & |x| \leq 1 \\ |x-1| & |x| > 1 \end{cases} \text{ 求 } \frac{dy}{dx}$$

三、求下列函数积分 (12分)

$$(1) \int \frac{1}{\sqrt{x(x+1)}} dx$$

$$(2) \int x^n \ln x dx \quad (n \neq -1)$$

$$(3) \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$