

2000 年南开大学微分几何考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

一、求曲线

$$P = (t, \frac{at^2}{2}, \frac{abt^3}{6})$$

的 *Frenet* 标架; 一点处的法平面; 密切平面; 曲率与挠率.
(其中 a, b 是常数). (20 分)

二、求曲面

$$P = (a(u+v), a(u-v), 2uv)$$

的第一基本形式; 第二基本形式; *Gauss* 曲率与中曲率(其中 a, b 是常数). (20 分)

三、已知曲面的第一基本形式

$$I = \cos^2 u (du^2 + dv^2)$$

求曲面的 *Gauss* 曲率. (20 分)

四、如果两个曲面 S_1 与 S_2 沿曲线 C 相切, 则 C 是 S_1 的测地线, 当且仅当 C 是 S_2 的测地线. (10 分)

五、给定空间曲率处处非零的曲线段, 求证: 存在空间曲面, 以该曲线为其一条测地线. (10 分)

六、设单连通曲面片 S 每点的 *Gauss* 曲率均小于零, p, q 为 S 上两个不同点. 证明 S 上至多有一条连接 p, q 的测地线. (10 分)

七、试证明: 椭圆面

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

与三个坐标平面的交线均是测地线. (10 分)