2000年南开大学现代控制论基础考研试题

1.定常线性系统经非异线性变换保留了那些量和性质不变？为甚麽？(10分)

2.证明如果系统

$$\frac{dx}{dt}=Ax+Bu$$

完全能控，则矩阵 $[B \quad AB \quad \cdots \quad A^{n-1}B]$ 的秩等于状态空间的维数 n.(10分)

3.已给定常线性系统

$$\frac{dx}{dt}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & -2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\end{bmatrix}u, \qquad y=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix}x$$

(1)该系统是否渐近稳定？(2)是否能求一个状态反馈任意配置闭环系统的4个极点？(3)能否求一个状态反馈使得闭环系统渐近稳定？(4)写出该系统的传递函数。（10分）

4.线性系统

$$\frac{dx}{dt}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -1\\ 1 & 0 & -3\\ 0 & 1 & -3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}u$$

是否能控？能否设计一个状态反馈使闭环系统的极点为{-1，-2，-3}？如果能，求反馈增益矩阵.(20分)

5.已知系统的状态方程为

$$\begin{cases}\dfrac{dx_1}{dt}=x_2 & \qquad x_1(0)=0\\ \dfrac{dx_2}{dt}=1-u & \qquad x_2(0)=-e^{-10}\end{cases}$$

目标函数为

$$J(u)=2x_2(10)+\int_0^{10}(x_2^2+u^2-2u)dt$$

求 $u(t)$ 使 $J(u)$ 最小.(20分)

6.已给系统

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_2 & x_1(0) = 0 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -x_2 + u & x_2(0) = 1 \end{cases}$$

$x_1(1), x_2(1)$ 自由，求 $u^*(t)$ 使满足 $|u| \le 1$，并使 $J = x_1(1)$ 最小.(15 分)

7.离散系统的状态方程为

$x(k+1) = 1.3x(k) - 0.3u(k)$，　$x(0)$ 已给，

求最优控制 $u(0), u(1), u(2)$ 使 $\dfrac{1}{2} \le u(k) \le 1$，并使

$J = \sum_{k=0}^{2} \dfrac{1}{3}[x(k) + u(k)]$ 最小.(15 分)