数学所

南开大学 2002 年研究生入学考试试题 数学学院

考试科目： 数学分析　　　　专业:数学系所各专业

1.计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz$,其中Ω为由$x^2+y^2=z^2$及$z=2$所围成。 (10分)

2.设s为抛物面$x^2+y^2=z$位于$z=0,z=1$之间的部分,取外侧.求

$$\iint\limits_{s}2xydydz-y^2dzdx-x^2dxdy$$ (15分)

3.设$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n^{\alpha}}$收敛,$\beta>\alpha$.证明$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n^{\beta}}$收敛。 (10分)

4.设$\{f_n(x)\}$于$(x_0-\delta,x_0+\delta)$ $(\delta>0)$内一致收敛,且$\lim\limits_{x\to x_0}f_n(x)=a_n(n=1,2,\ldots)$

证明$\{a_n\}$收敛。 (10分)

5.设$f(x)$于区间I一致连续,$x_n\in I(n=1,2,\ldots)$且$\{x_n\}$收敛,证明$\{f(x_n)\}$也收敛。

问若将$f(x)$于区间I一致连续改为$f(x)$于I连续，上述结论是否仍成立?

说明理由。 (20分)

6.设$f(x)$于$[a,+\infty)$ (a为实数)连续,且$f(x)\geq 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$.证明 $f(x)$于$[a,+\infty)$

有最大值 问$f(x)$于$[a,+\infty]$是否比有最小值?说明理由。 (20分)

7.证明$f(y)=\int_0^{\infty}xe^{-xy}dx$于$(0,+\infty)$连续。 (15分)

问$f(x)$于$[a,+\infty]$是否比有最小值?说明理由。