装备指挥技术学院2010年硕士研究生入学考试

高等数学（702）试题

（注意：答案必须写在答题纸上，本试卷满分150分）

一、选择题（本题共8小题，每小题4分，满分32分，每小题给出的四个选择中，只有一项符合题目要求）

（1）当$x\to 0$时，下列无穷小中为x的三阶无穷小的是

A、$\sin x\tan x$；　　B、$\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$；

C、$\sqrt{1+2x}-\sqrt[3]{1-3x}$；　　D、$\tan x-\sin x$

（2）设$f(x)=(x-a)\varphi(x)$，而$\varphi(x)$在$x=a$连续但不可导，则$f(x)$在$x=a$处

A、连续但不可导；　　B、可能可导，也可能不可导；

C、仅有一阶导数；　　D、可能有二阶导数

（3）极限$\lim\limits_{x\to 0}\left(1+3\tan^2 x\right)^{\cot^2 x}$的值为

A 、 -3；　B、e^{-3}；　C、e^3；　D、e^2

（4）下列函数中，在$\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$上满足罗尔定理条件的是

A 、 $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$；　　B、 $f(x)=\sqrt{1-\sin^2 x}$；

C、 $f(x)=|\sin x|$；　　D、 $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$

（5）设$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义，$\dfrac{2}{3}$是$f(x)$的极大值点，则

A、 $\dfrac{2}{3}$必是$f(x)$的驻点；

B、 $-\dfrac{2}{3}$必定是$-f(-x)$的极小值点；

C、 $-\dfrac{2}{3}$必定是$-f(x)$的极小值点；

D、 $-\frac{2}{3}$ 必定是 $-f(-x)$ 的极大值点.

（6）设 $f(x)$ 为连续函数，$F(t)=\int_1^t dy\int_y^t f(x)dx$，则 $F'(2)$ 等于

A、 $f(2)$； B、 $2f(2)$；
C、 $-f(2)$； D、 0

（7）微分方程 $y''+4y=\cos 2x$ 的特解形式可设为

A、 $a\cos 2x$ ； B、 $ax\cos 2x$；
C、 $x(a\cos 2x+b\sin 2x)$； D、 $a\cos 2x+b\sin 2x$.

（8）设 $f(x,y)$ 连续，则 $\int_{-1}^{0}dx\int_{2}^{1-y}f(x,y)dy=$

A、$\iint\limits_D f(x,y)dxdy, D=\{(x,y)|1-x\le y\le 2,-1\le x\le 0\}$；

B、$\int_1^2 dx\int_{1-x}^{0}f(x,y)dy$；

C、$\iint\limits_D f(x,y)dxdy, D=\{(x,y)|1-y\le x\le 0,1\le y\le 2\}$；

D、$\int_1^2 dx\int_0^{1-x}f(x,y)dy$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

（9）$\int\frac{\sqrt[3]{x}}{x(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})}\mathrm{d}x=$________；

（10）设常数 $k>0$，函数 $f(x)=\ln x-\frac{x}{e}+k$ 在 $(0,+\infty)$ 内的零点个数为________；

（11）设曲线参数方程为 $\begin{cases}x=\frac{3at}{1+t^2}\\ y=\frac{3at^2}{1+t^2}\end{cases}$，则其在 $t=2$ 的切线方程为________；

（12）设 $z=y^{\ln x}$，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$________；

（13）微分方程 $x^3yy'=1-xyy'+y^2$ 的通解为________；

（14）$\int_0^1 dx\int_x^1 e^{y^2}dy=$________；

三、解答题（本题共 8 小题，满分 94 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步

骤）

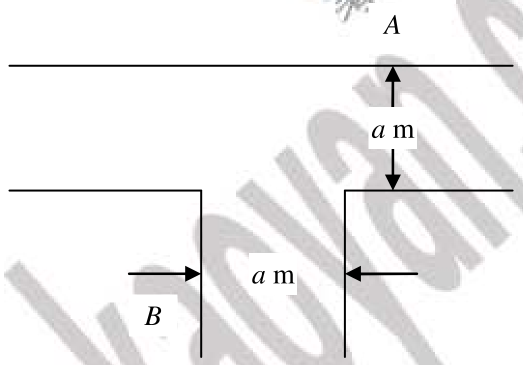
（15）（本题满分 12 分，每小题 6 分）求下列极限

(a) $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right]^{\frac{1}{x}}$， (b) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}(n!)^{\frac{1}{n}}$

（16）（本题满分 12 分）求积分 $\int \ln^2(x+\sqrt{1+x^2})dx$.

（17）（本题满分 11 分）设曲线 $y=f(x)$ 的参数方程为 $\begin{cases} x=t^2 \\ y=3t+t^3 \end{cases}$，求其拐点.

（18）（本题满分 12 分）设有一个“T”形管道，如下图所示，若 A、B 通道宽都是 a m，问能将最长多长的钢管水平从 A 通道抬至 B 通道。



（19）（本题满分 12 分）设 $\begin{cases} x=e^u\cos v \\ y=e^u\sin v \\ z=uv \end{cases}$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

（20）（本题满分 12 分）计算积分

$$\iint\limits_D x(1+y\sqrt{1+x^2+y^2})dxdy$$

其中，D 是 $y=x^3, y=1$ 和 $x=-1$ 所围的闭区域.

（21）（本题满分 12 分）求 $y''+2y'-3y=6\sin 2x$ 的通解.

（22）（本题满分 11 分）设 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上连续，在 $(a,+\infty)$ 可导，且 $f'(x)>k>0$，k 为常数，$f(a)<0$。证明方程 $f(x)=0$ 在 $(a,a-\dfrac{f(a)}{k})$ 内有唯一实根。