装备指挥技术学院2011年硕士研究生入学考试

高等数学（702）试题

（注意：答案必须写在答题纸上，本试卷满分150分）

一、选择题（本题共8小题，每小题4分，满分32分，每小题给出的四个选择中，只有一项符合题目要求）

（1）下面函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 相同的是

A、 $f(x)=(x^4-x^3)^{\frac{1}{3}}$， $g(x)=x\sqrt[3]{x-1}$；

B、 $f(x)=x$， $g(x)=\sqrt{x^2}$；

C、 $f(x)=\lg x^{\frac{2}{3}}$， $g(x)=\dfrac{2}{3}\lg x$；

D、 $f(x)=1$， $g(x)=\sec^2 x-\tan^2 x$.

（2）设 $f(x)=2^x+3^x-2$，则当 $x\to 0$ 时，有

A、$f(x)$ 是 x 的等价无穷小；　B、$f(x)$ 与 x 同阶但非等价无穷小；

C、 $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小；　D、 $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小.

（3）设 $f(x)=\dfrac{e^x-e^3}{(x-3)(x-e)}$，则

A、 $x=3$ 和 $x=e$ 都是 $f(x)$ 的第一类间断点；

B、 $x=3$ 和 $x=e$ 都是 $f(x)$ 的第二类间断点；

C、 $x=3$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点， $x=e$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点；

D、 $x=3$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点， $x=e$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点.

（4）设 $f(x)=|x(1-x)|$，则

A、 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点，但 $(0,0)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

B、 $x=0$ 不是 $f(x)$ 的极值点，但 $(0,0)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

C、 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点，且 $(0,0)$ 不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

D、 $x=0$ 不是 $f(x)$ 的极值点， $(0,0)$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

（5）设函数 $f(x)$， $g(x)$ 具有二阶导数，且 $g''(x)<0$，若 $g(x_0)=a$ 是 $g(x)$ 的

极值，则 $f(g(x))$ 在 x_0 取极大值的一个充分条件是

A、 $f'(a)<0$；　　B、 $f'(a)>0$；

C、 $f''(a)<0$；　　D、 $f''(a)>0$.

（6）设 $z=(\frac{y}{x})^{\frac{1}{x}}$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$________

A、 $\frac{1}{x}(\frac{y}{x})^{\frac{1}{x}-1}\ln\frac{y}{x}$；　　B、 $\frac{1}{x}(\frac{y}{x})^{\frac{1}{x}}\ln\frac{y}{x}\cdot\frac{-y}{x^2}$；

C、 $-\frac{1}{x^2}(\frac{y}{x})^{\frac{1}{x}}(1+\ln\frac{y}{x})$；　　D、 $-\frac{1}{x^2}(\frac{y}{x})^{\frac{1}{x}}$.

（7）微分方程 $y''+y=x^2+1+\sin x$ 的特解形式可设为

A、 $ax^2+bx+c+x(A\sin x+B\cos x)$；

B、 $x(ax^2+bx+c+A\sin x+B\cos x)$；

C、 $ax^2+bx+c+A\sin x$；

D、 $ax^2+bx+c+A\cos x$.

（8）设函数 $f(x)$ 在区间[0，1]上连续，$0<f(x)<1$，且 $\int_0^1 f(x)dx<\frac{1}{2}$，记

$I_1=\int_0^1\int_0^1\sqrt{f(x)(1-f(y))}dxdy$，$I_2=\int_0^1\int_0^1 f(x)(1-f(y))dxdy$，

$I_3=\int_0^1\int_0^1 f(x)f(y)dxdy$，

则

A、 $I_1<I_2<I_3$；　　B、 $I_1<I_3<I_2$；

C、 $I_2<I_1<I_3$；　　D、 $I_3<I_2<I_1$.

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

（9）设 $f(x)$ 在 $x=2$ 处连续，且 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=2$，则 $f'(2)=$________；

（10）$\int\frac{x^{\frac{3}{2}}-1}{x^{\frac{1}{2}}+1}\mathrm{d}x=$________；

（11）曲线 $\begin{cases} x=1+t^2 \\ y=t^3 \end{cases}$ 在 $t=2$ 处的切线方程为________；

（12）设 $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$，则 $f(x)$ 的渐近线方程为_________；

（13）设 $f(x)$ 有任意阶导数，且满足 $f'(x)=f^2(x)$，则 $f^{(n)}(x)=$_________；

（14）改变二次积分的次序：$\int_0^1 dx\int_x^{\sqrt{x}}\dfrac{\sin y}{y}dy=$_________；

三、解答题（本题共 8 小题，满分 94 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

（15）（本题满分 12 分，每小题 6 分）求下列极限

(a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x-1}+x+1}{\sqrt{x^2+\sin x}}$，　(b) $\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^1\dfrac{nx^{n-1}}{1+\sin x}dx$.

（16）（本题满分 11 分）求积分 $\int\dfrac{5x^2-6x+1}{x(x^2-5x+6)}\mathrm{d}x$.

（17）（本题满分 11 分）求由方程 $\int_0^x e^{t^2}dt+\int_0^y\cos t^2dt+\sin(x+y)=0$ 确定的函数 $y=y(x)$ 的微分 dy.

（18）（本题满分 12 分）蓄水池的一壁为矩形，宽 4m，深 2m，在壁上作两条水平直线，把壁分成三部分，要使水池蓄满水时每一部分所受的压力都相等，问这两条直线应在什么位置？

（19）（本题满分 12 分）设 $z=z(x,y)$ 由方程 $\varphi(x+\dfrac{z}{y},y+\dfrac{z}{x})=0$ 确定，其中，$\varphi(u,v)$ 可微，求 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

（20）（本题满分 12 分）计算二重积分 $\iint\limits_D xydxdy$，其中，D 是 $y=\dfrac{1}{2}x^2-1$，$y=-x+3$ 所围区域.

（21）（本题满分 12 分）设 $y=y(x)$ 二阶导数连续，$y'(0)=0$，求由方程

$$y(x)=1+\frac{1}{3}\int_0^x(6te^{-t}-2y(t)-y''(t))dt$$

确定的函数 $y(x)$.

（22）（本题满分 12 分）设 $y > x > 0$，证明 $x^y \ln y > y^x \ln x$.