

# 北方工业大学

## 2000 年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：概率论与数理统计

适用专业：数量经济

说 明：

一. (每小题 5 分, 共 20 分)

1. 掷 2 颗均匀的骰子一次, 出现的点数之和为: 2, 3, 4, ..., 12 共有 11 种可能, 问点数和为 6 的概率是  $1/11$ ? 为什么?
2. 设 L—R 线路由 1 和 2 两个元件并联组成, 元件 1 和 2 发生故障的概率分别为 0.01 和 0.02, 求 L—R 线路不发生故障的概率 (假定元件 1 和 2 发生故障与否是相互独立的).
3. 某厂产品的合格率是 96%, 合格品中一级品率为 75%, 今从产品中任取一件, 问这件产品为一级品的概率是多少?
4.  $n$  本书随机地分给甲乙两人, 问“甲乙各至少得到 1 本”这事件的概率是多少?

二. (满分 10 分)

设某种病菌在人口中的带菌率为 0.01, 又设医院对带菌者检查为阳性的概率是 0.95, 对不带菌者检查为阴性的概率也是 0.95, 今某人检查结果为阳性, 求该人是带菌者的概率, 你对此结果能作何解释?

三. (1 题 12 分, 2 题 8 分)

1. 设袋中有 5 球 (其中 3 红 2 白), 今从中任取 2 球, 令  $X = (\text{取出两球的红球数})$ , 求  $X$  的分布律, 并求出  $E(X)$ ,  $D(X)$  和  $X$  的分布函数.
2. 设随机变量  $X$  服从区间  $[-1/2, 1/2]$  内的均匀分布, 又设  $Y = \cos X$ , 求  $X$  和  $Y$  的相关系数, 这个结果说明了什么?

四. (满分 10 分)

设随机变量  $(X, Y)$  的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & |y| < x, \quad 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求条件概率密度函数  $f_{X|Y}(x|y)$ ,  $f_{Y|X}(y|x)$ .

五. (满分 10 分)

设一只昆虫生出卵的个数服从参数为  $\lambda$  的 Poisson 分布, 而每只卵发育为成虫的概率是  $P$ , 又设卵是否发育为成虫彼此独立, 证明一昆虫的后代数服从参数为  $\lambda P$  的 Poisson 分布.

六. (满分 10 分)

求 10000 个随机数字中数字 5 出现的次数不多于 968 次的概率 (已知  $\Phi(-31.5/30) = 0.143$ )

七. (满分 10 分)

设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自  $X$  的样本, 求参数  $\mu$  和  $\sigma^2$  的极大似然估计和矩估计.



八. (满分10分)

两化验室对冷却水的含氯量(ppm)分别同时取样化验测量, 数据如下:

次	1	2	3	4	5	6	7
化验室A	1.15	1.86	0.75	1.82	1.14	1.65	1.90
化验室B	1.00	1.90	0.90	1.80	1.20	1.70	1.95

问两个化验室测定的结果之间有无显著差异(假定两化验室测得的数据都服从正态分布)? 取显著性水平  $\alpha=0.01$

$$\begin{aligned}
 (t_{0.01}(7) &= 2.998, & t_{0.01}(6) &= 3.143 \\
 t_{0.005}(7) &= 3.500, & t_{0.005}(6) &= 3.707 \\
 t_{0.01}(14) &= 2.625, & t_{0.01}(12) &= 2.681 \\
 t_{0.005}(14) &= 2.977, & t_{0.005}(12) &= 3.055 ).
 \end{aligned}$$