

北方工业大学 2001 年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：概率论与数理统计

适用专业：数量经济

说 明：

一. (每小题 4 分, 共 16 分)

1. 互不相容事件对立吗? 互不相容事件独立吗?
2. 两个独立的随机变量一定不相关吗? 两个不相关的随机变量一定独立吗?
3. 均值和标准差描述了随机变量的什么特性?
4. 写出总体的 k 阶中心矩和样本的 k 阶原点矩.

二. (每小题 5 分, 共 10 分)

有 15 个国家参加的乒乓球国际邀请赛, 其中中国, 瑞典, 韩国, 作为种子队, 现将 15 个国家平均分成 1, 2, 3 三个组进行循环赛, 问(1)每组各分到一名种子队的概率是多少? (2)三名种子队分到同一组的概率是多少?

三. (满分 8 分)

设某种病菌在人口中的带菌率为 0.01, 又设医院对带菌者检查为阳性的概率是 0.95, 对不带菌者检查为阴性的概率也是 0.95, 今某人检查结果为阳性, 求该人是带菌者的概率, 你对此结果能作何解释?

四. (满分 8 分)

假定每只步枪击落敌机的概率是 0.0001, 今指挥者要求以十拿九稳的把握将敌机击落, 试问需组织多少只步枪? 假定步枪之间在射击飞机时是相互独立的.

五. (满分 12 分)

设袋中有 5 球(其中 3 红 2 白), 今从中任取 2 球, 令 X =(取出两球的红球数), 求 X 的分布律, 并求出 $E(X)$, $D(X)$ 和 X 的分布函数.

六. (满分 8 分)

设随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & |y| < x, \quad 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求条件概率密度函数 $f_{X|Y}(x|y)$, $f_{Y|X}(y|x)$.

七. (满分 9 分)

设 X 和 Y 的联合分布律是

	-1	0	1
-1	1/8	1/8	1/8
0	1/8	0	1/8
1	1/8	1/8	1/8

求证 X 和 Y 不相关, 且 X 和 Y 不是相互独立的.

八. (满分 9分)

设一只昆虫生出卵的个数服从参数为 λ 的 Poisson 分布, 而每只卵发育为成虫的概率是 P , 又设卵是否发育为成虫彼此独立, 证明一昆虫的后代数服从参数为 λP 的 Poisson 分布.

九. (满分 10分)

设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本, 求参数 μ 和 σ^2 的极大似然估计和矩估计.

十. (满分 10分)

两化验室对冷却水的含氯量 (ppm) 分别同时取样化验测量, 数据如下:

次	1	2	3	4	5	6	7
化验室A	1.15	1.86	0.75	1.82	1.14	1.65	1.90
化验室B	1.00	1.90	0.90	1.80	1.20	1.70	1.95

问两个化验室测定的结果之间有无显著差异? 假设显著性水平 $\alpha=0.01$

$$\begin{aligned}
 (t_{0.01}(7) &= 2.998, & t_{0.01}(6) &= 3.143 \\
 t_{0.005}(7) &= 3.500, & t_{0.005}(6) &= 3.707 \\
 t_{0.01}(14) &= 2.625, & t_{0.01}(12) &= 2.681 \\
 t_{0.005}(14) &= 2.977, & t_{0.005}(12) &= 3.055).
 \end{aligned}$$