

中国科学院—中国科学技术大学
2000 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试卷
科目：高等数学（乙）

一、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分，把答案填在题中横线上）

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \int_0^x (\cos t)^{t^2} dt = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\int_{-1}^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 设 $z = (x+2y)^{x+2y}$ ，则 $dz = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{x^a(1+x)} dx$ 的收敛域为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 已知等式 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2} = a(2a-|x|)$ ，其中 $-\pi \leq x \leq \pi$ ， a 是常数，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、选择题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分，每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1. 若 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - ax - b) = 0$ ，则常数 a 和 b 分别为

(A) $a=1, b=1$ (B) $a=1, b=-1$ (C) $a=1, b=\frac{1}{2}$ (D) $a=1, b=-\frac{1}{2}$ []

2. 设 $f(x) = 3x^3 + x^2|x|$ ，则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数

(A) $n=0$ (B) $n=1$ (C) $n=2$ (D) $n=3$ []

3. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^{2^n}$ 的收敛域为

(A) $(-2, 2)$ (B) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ (C) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ (D) $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ []

4. 设 $f(x, y)$ 连续且 $f(x, y) = 2(x+y)^2 + \iint_D f(u, v) du dv$ ，其中 D 为圆域

$x^2 + y^2 \leq 1$ ，则 $f(x, y) =$

(A) $2(x+y)^2$ (B) $2(x+y)^2 + \frac{\pi}{1-\pi}$

(C) $2(x+y)^2 + \pi$ (D) $2(x+y)^2 + \frac{1}{1-\pi}$ []