中国科学院电子学研究所

2002年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目：普通物理

一.（共30分）

1.（5分）S’系相对于S以$v=\dfrac{3}{5}c$的速度沿x轴运动，

（1） 若长度为L_0的杆静止于S’系中，杆与x’轴平行。求在S系中测得此杆的长度。

（2） 若在S系中某过程的延续时间为4秒，在S’坐标系观察，此过程的时间将为多少？

2.（5分）

一维无限深势阱中粒子的定态波函数为$\psi_n=\sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi x}{a}$，试求n=2时，在x=0到x=a/4之间找到粒子的概率。

3.（4分）

什么叫康普顿效应？康普顿效应现象证明了一下三个结论中的哪几个？（1）光具有波动性，（2）光具有粒子性，（3）光子具有质量、能量和动量。

4.（4分）

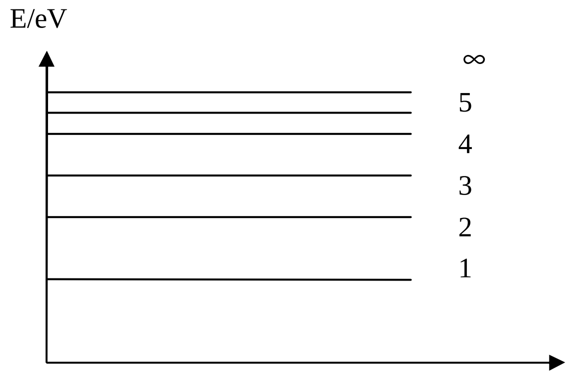
一束自然光由空气入射到折射率为n=$\sqrt{3}$的液体表面上，（1）试求出布儒斯特角。（2）在入射角等于布儒斯特角时，反射光的偏振方向如何？

5.（6分）

试求被1V电势差加速后的电子的德布罗尔波的波长。

6.（6分）

已知玻尔理论中氢原子的基态能量为－13.6eV，试求处于n=4激发态的氢原子在回到基态过程中所发出的光波的最大波长和最小波长。（能级图如下）



二.（15 分）

一质子以 1.0×10^{7}m/s 的速度射入磁感应强度为 B=1.5T 的均匀磁场中，其速度方向与磁场方向成 30^{o}角。取质子的质量为 $m=1.67\times10^{-27}$kg。

（1） 求质子所受的洛伦兹力的大小和方向。

（2） 求质子作螺旋运动的半径和旋转频率。

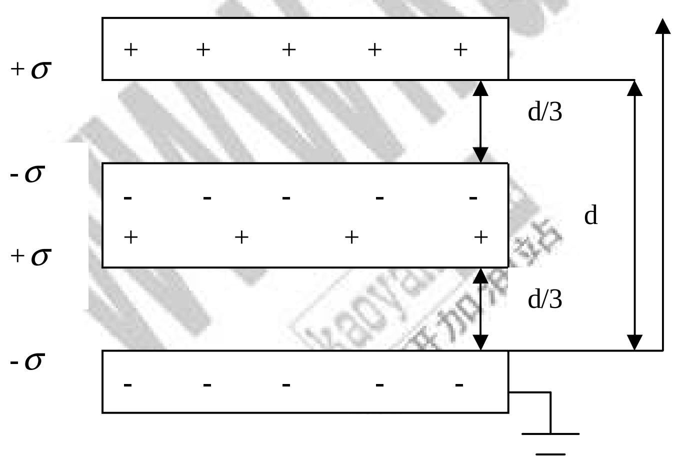
（3） 求质子作螺旋运动的螺距。

三.（15 分）

（1）如图所示，质量为 m，长度为 l 的导体棒 ab 从静止开始沿倾斜的绝缘框架（倾角为θ）下滑，设磁场 B 垂直向上，求棒内的动生电动势与时间的关系。（设摩擦忽略不计）

（2）上题中，若绝缘框架变为金属框架，求棒的下滑速度与时间的关系。（设金属框五电阻，导体棒具有固定电阻 R）

四.（15 分）



平行板电容器两极板相距 d，在正中对称处放一介电常数为ε（相对介电常数为ε_r），厚度为 d/3，表面积与极板一样的介质板，板极与介质板平行。已知极板上面电荷密度为σ，忽略边缘效应，求：

（1） 极板间各处电位分布（设下极板接地）。

（2） 若极板面积为 S，电容为多少？

（3） 束缚面电荷密度为多少？

五.（10 分）

设折射率为 n 的薄膜厚度为 d，置于空气中，波长为λ的单色光的入射角为θ_0，试导出等倾干涉产生明纹的条件。（写出详细推导过程）

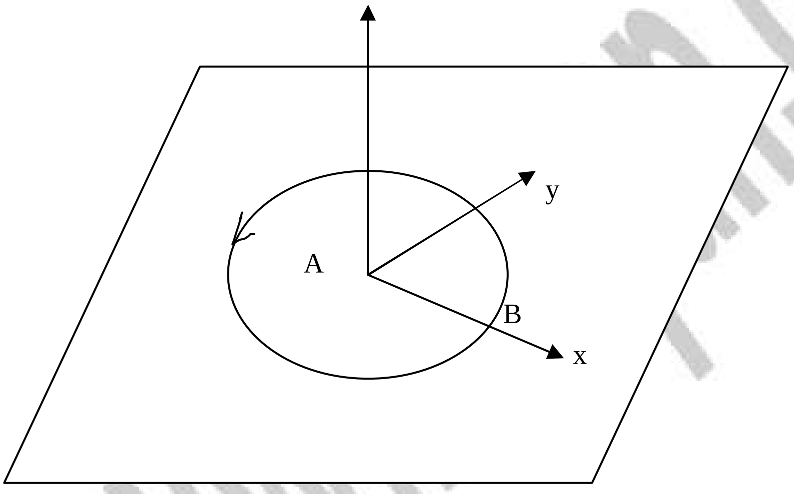
六.（15 分）

如图所示，有一长为 L 的空心光滑细杆在水平桌面上绕其 A 端作匀角速度ω_0转动，若有一质点从细杆的另一端口 B 进入杆内，质点与杆的质量均为 m。

（1） 在固定于转动细杆的非惯性系中分析，质点在运动过程中在水平面上受到什么力的作用？每个力的方向如何？

（2） 质点进入 B 点时的速度至少多大，它才能达到杆的 A 端？（提示：通过功能关系及角动量守恒）

（3） 若质点进入 B 点时的速度为 v_0,试求出质点运动到距 A 点为 r 时科里奥利力的大小。



2002 年普通物理试题答案

一．1.（1）$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{4}{5}L_0$ （2）$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5}{4}\tau_0 = 5s$

2．$p = \int_0^{a/4}\left|\psi(x)\right|^2 dx = \int_0^{a/4}\frac{2}{a}\sin^2\frac{2\pi x}{a}dx = \frac{1}{4}$

3．对 X 射线改变波长的散射称为康普顿效应。康普顿效应证明了结论（2）、（3）。

4.（1）由$tg\theta_B = n = \sqrt{3}$，得$\theta_B = 60^\circ$

（2）当入射角为θ_B时，平行偏振光反射为零，反射光为垂直偏振光，即电场方向垂直于入射面。

5．$\lambda = \frac{h}{m_0 v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$，其中 v 由$\frac{1}{2}m_0 v^2 = 1eV$求得。

结果得$v = \sqrt{\frac{2eV}{m_0}}$＝0.539×10^{6}m/s（注：答案好像写错了，我算得是 0.593×10^{6}m/s），

$\lambda = 1.23\times 10^{-9} m = 12.3 \overset{0}{A}$

其中所用常数为：$h = 6.626\times 10^{-34} J\cdot s$，e=1.6×10^{-19}C，$m_0$=9.1×10^{-31}kg，c=3×10^{8}m/s

6．$E_n = -\frac{1}{n^2}(\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}) = -\frac{1}{n^2}\times 13.6eV$

最大频率=$\frac{E_4 - E_1}{h}$，最小频率=$\frac{E_4 - E_3}{h}$

最大波长=$\frac{hc}{E_4 - E_3} = \frac{hc}{(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2})\times 13.6eV} = 1875nm$

最小波长=$\frac{hc}{E_4 - E_1} = \frac{hc}{(1-\frac{1}{4^2})\times 13.6eV} = 97.2nm$

二．（1）F=$qv_0\sin 30^0 B$=1.2×10^{-12}N，方向在垂直于 B 的平面内，总与运动方向垂直。

（2）$R = \frac{mv_0 \sin 30^\circ}{qB} = 3.48\times 10^{-2} m$

$T = \frac{2\pi R}{v_0 \sin 30^\circ} = 4.37\times 10^{-8} s$，f=1/T=2.28×10^7/s

（3）h=$v_0\cos 30^0 T$=0.38m

三．（1）$\varepsilon = Blv\cos\theta$，$v = g\sin\theta\cdot t$

$\therefore \varepsilon = Blg\sin\theta\cos\theta\cdot t = \frac{1}{2}Blg\sin 2\theta\cdot t$

（2）运动方程为$m\frac{dv}{dt} = mg\sin\theta - BlI\cos\theta$，其中 I=$\frac{Blv\cos\theta}{R}$

得 $m\dfrac{dv}{dt}+\dfrac{(Bl\cos\theta)^2}{R}v=mg\sin\theta$，初条件为 t=0 时，v=0。最终解得

$$v=\frac{mgR\sin\theta}{(Bl\cos\theta)^2}\{1-\exp[-\frac{(Bl\cos\theta)^2}{mR}t]\}$$

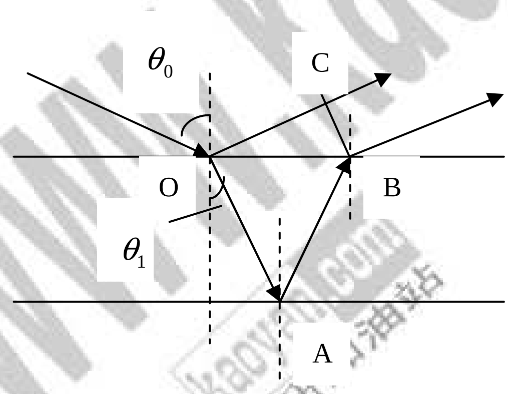
四.（1）应用高斯定理得在 0<x<d 之间 D=σ，方向朝下。在介质中 E(x)=D/ε，在空气中 E(x)=D/ε_0。电位为

$$V(x)=\int_0^x E(x)dx=\begin{cases}\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}x & (0\le x\le\dfrac{d}{3})\\ \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\dfrac{d}{3}+\dfrac{\sigma}{\varepsilon}(x-\dfrac{d}{3}) & (\dfrac{d}{3}\le x\le\dfrac{2d}{3})\\ \dfrac{\sigma}{\varepsilon}\dfrac{d}{3}+\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}(x-\dfrac{d}{3}) & (\dfrac{2d}{3}\le x\le d)\end{cases}$$

（2）$C=\dfrac{\sigma S}{V}=\dfrac{3S}{d(\dfrac{1}{\varepsilon}+\dfrac{2}{\varepsilon_0})}=\dfrac{3\varepsilon S}{d(1+\dfrac{2\varepsilon}{\varepsilon_0})}$

（3）$\sigma'=P=\sigma(1-\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon})$

五.



证：干涉条纹由光线 OAB 与 OC 的光程差产生，设薄膜的折射率为 n，则光程差为

$$\delta=n(OA+OB)-OC+\delta'$$

而（OA+OB）=2OA=$\dfrac{2d}{\cos\theta_1}$，$OC=OB\sin\theta_0=2d\cdot tg\theta_1\sin\theta_0$

又由于薄膜上下方均为空气，n0<n>n0，故有附加光程差$\delta'=\dfrac{\lambda}{2}$，

结合折射定律$\sin\theta_0 = n\sin\theta_1$，可得

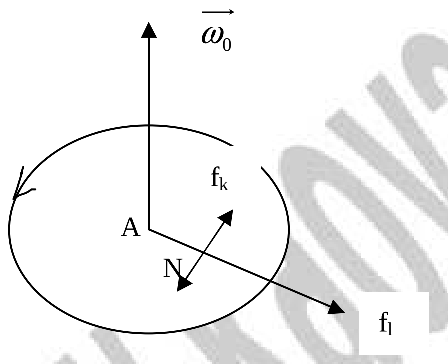
$$\delta=\frac{2nd}{\cos\theta_1}-\frac{2d\sin\theta_1\sin\theta_0}{\cos\theta_1}+\frac{\lambda}{2}=2dn\cos\theta_1+\frac{\lambda}{2}=2d\sqrt{n^2-\sin^2\theta_0}+\frac{\lambda}{2}$$

产生明纹的条件为$\delta = k\lambda$（k=1,2,3…）

最终等倾条纹的明纹条件为$2d\sqrt{n^2-\sin^2\theta_0}+\dfrac{\lambda}{2}=k\lambda$（k=1,2,3…）

六.（1）在非惯性坐标系中水平面上受力为：

惯性离心力 $f_l = m\omega^2\vec{r}$，方向沿杆朝外；科里奥利力 $f_k=-2m\overrightarrow{\omega_0}\times\vec{v}$，方向垂直于杆；管壁的侧向压力 N，方向与科里奥利力相反。



（2）质点的动能要足以克服惯性力对它沿途做的功才能到达 A 点，

$\dfrac{1}{2}mv_0^2 \ge -\int_L^0 \overrightarrow{f_l}\cdot d\vec{r}$，其中

$f_l = m\omega^2 r, \omega=\omega(r)$ 由角动量守恒求得：

$I\omega_0=(I+mr^2)\omega$，其中 I=mL^2/3 为杆的转动惯量。

可得$\omega=\dfrac{I\omega_0}{I+mr^2}$

注意积分$\int_L^r m(\dfrac{I\omega_0^2}{I+mr^2})rdr=\dfrac{m\omega_0^2L^2(r^2-L^2)}{8(3r^2+L^2)}$及$\int_L^0 m(\dfrac{I\omega_0^2}{I+mr^2})rdr=-\dfrac{m\omega_0^2L^2}{8}$

最终可得$v_0^2 \ge \dfrac{\omega_0^2L^2}{4}$，即$v_0 \ge \omega_0 L/2$质点才能到达 A 点。

（3）$\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}mv_0^2=\int_L^r \overrightarrow{f_l}\cdot d\vec{r}$

$$v^2=v_0^2+\frac{\omega_0^2L^2(r^2-L^2)}{4(3r^2+L^2)}$$

$$f_k=2m\omega_0 v=2m\omega_0\sqrt{v_0^2+\frac{\omega_0^2L^2(r^2-L^2)}{4(3r^2+L^2)}}$$