



中国科学院—中国科学技术大学

2004 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

试题名称: 原子物理学

(注: 所有的答案均写在答题纸上)

一. 选择题(共 10 题, 每题 2 分, 共 20 分)(在你选中的答案上画✓)

1. 某原子处在 $^2S_{1/2}$ 态时, 当微波发生器频率调到 1.40×10^{10} Hz 时, 发生了顺磁共振。此时恒定磁场的 B 值应为

- A. 0.02T; B. 0.500T;
C. 5.00T; D. 1.40T。

2. 考虑电子的自旋, 碱金属原子光谱中每一条谱线分裂成两条, 且两条线的间隔随波数增加而减少的线系是:

- A. 主线系; B. 锐线系(第二辅线系); C. 漫线系; D. 基线系(柏格曼系)。

3. 在量子力学中, 处在波函数 ψ 描述的状态中的粒子, 其任何一个力学量 A 的平均值可以写成:

- A. $\bar{A} = (\psi^*, \hat{A} \psi)$; B. $\bar{A} = \int \psi^* \hat{A} \psi d\tau$;
C. $\bar{A} = (\psi, \hat{A} \psi^*)$; D. $\bar{A} = \int \psi \hat{A} \psi d\tau$ 。

4. 对波函数 ψ 的下列描述, 其中不正确的是:

- A. 波函数是对概率密度的一种描述;
B. 波函数是对粒子统计行为的一种描述;
C. 波函数必须是有限、连续、单值的;
D. 由于粒子在整个空间找到的概率为 1, 因而波函数绝对值不能大于一。

5. 由状态 $2p3d^3D_{3,2,1}$ 到 $2s2p^3P_{2,1,0}$ 的辐射跃迁:

- A. 可产生 9 条谱线; B. 可产生 7 条谱线;
C. 可产生 6 条谱线; D. 不能发生。

6. $\frac{e}{m}$ 为电子的荷质比, L 、 S 和 J 分别为电子的总轨道、总自旋和总角动量, 则原子的总磁矩为:

- A. $-\frac{e}{2m}(J+S)$; B. $-\frac{e}{2m}(L+S)$;
C. $-\frac{e}{2m}(2L+S)$; D. $-\frac{e}{2m} \frac{L+S}{J(J+1)}$ 。

7. 氢原子关于 φ 角的波函数 $\Phi(\varphi) = Ae^{im\varphi}$, 则其概率密度为

- A. $\frac{1}{2\pi}$; B. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$;
C. $A^2 e^{i2m\varphi}$; D. $e^{i2m\varphi}$ 。

试题名称: 原子物理学

共 3 页 第 1 页

8. 力常数为 $k = 35.5 \text{ eV}/\text{\AA}^2$ 的氢分子(H_2)的振动能级间距为:
 A. 2 eV ; B. 10 eV ; C. 0.542 eV ; D. 0.054 eV 。
9. 弗兰克-赫兹实验的重要意义在于它证实了:
 A. 原子可以被激发;
 B. 原子内部能量是量子化的;
 C. 原子核集中了原子的绝大部分的质量;
 D. 原子空间取向量子化。
10. 质量为 M 的原子核与质量为 m_e 的电子结合成一个单电子离子。该离子的里德伯常数 R_M 与 R_∞ 的关系为:
 A. $R_M = R_\infty$; B. $R_M = R_\infty (1 + \frac{m_e}{M})$; C. $R_M = R_\infty / (1 + \frac{m_e}{M})$; D. $R_M = R_\infty \frac{m_e}{M}$ 。

二. 填空题(共 8 题, 每空 2 分, 共有 46 分)

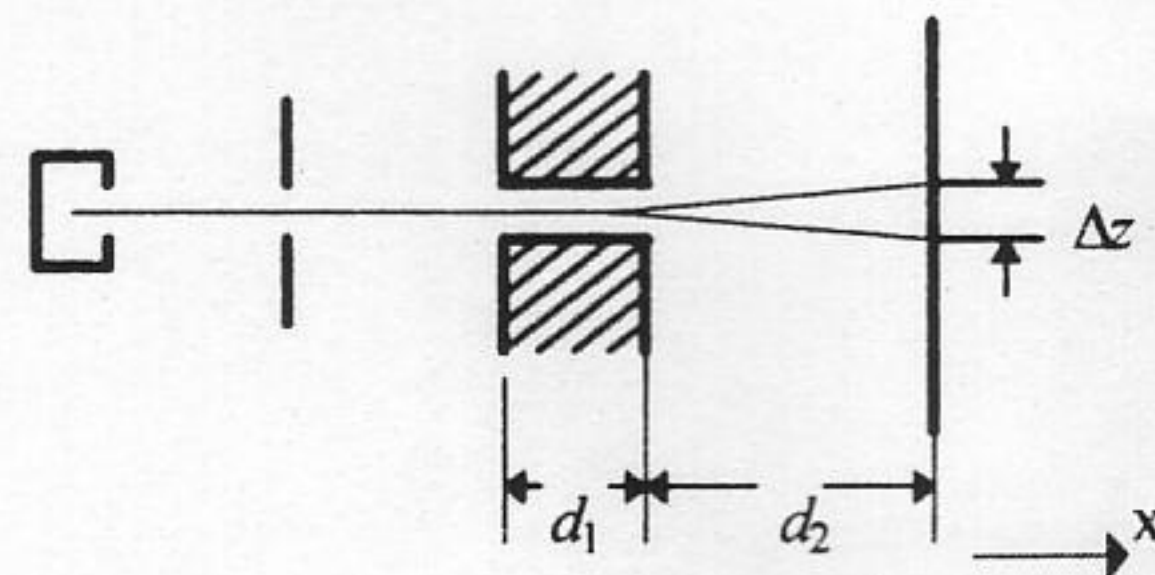
1. 某原子基态时 $n=1,2,3$ 的壳层和 $4s$ 支壳层均已填满, $4p$ 支壳层上只填了一半, 则其原子序数 $Z=$ ____, 此时的电子组态为____, 基态的原子态是____。
2. 已知一质量为 100 g 的小球以速度 10 m/s 运动, 则其德布罗意波长为 $\lambda=$ ____ nm 。
3. 小喇曼线的产生与分子的____状态有关。
4. 利用一维自由粒子的定态波函数 $e^{ipx/\hbar}$ 和 $e^{-ipx/\hbar}$, 可以组合成偶宇称波函数为____, 奇宇称波函数为____。
5. 在磁感应强度为 B 的磁场中, 波长为 λ 的谱线发生正常塞曼效应。其 σ 成份与 π 成份的波数间距为____, 频率间距为____, 波长间距为____。迎着磁场方向观察, 具有左旋圆偏振光性质的谱线, 其波长为____。垂直于磁场方向观察, 振动方向垂直于磁场方向的线偏振光, 其波长为____。(以上数据可用各种常数如 m, c, e, μ_B, h 来表示)。
6. 钙原子 ($Z=20$) 基态时最外层的电子组态为____, 基态原子态为____。它的能级分成两套, 即____重态和____重态。
7. 跃迁 $^1P_1 \rightarrow ^1S_0$ 、 $^2D_{5/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$ 和 $^3F_4 \rightarrow ^3D_3$ 发出的光谱线, 在弱磁场时, 它们分别分裂为____、____和____条; 在强磁场时, 它们分别分裂为____、____和____条。
8. μ^+ 子带有 $+e$ 电荷, 质量为 $m_\mu = 106 \text{ MeV}/c^2$, π^- 介子带有 $-e$ 电荷, 质量为 $m_\pi = 140 \text{ MeV}/c^2$ 。若这两个粒子组成的奇特原子处于基态, 略去原子的整体运动, 则 π^- 介子的速率为____ c (c 为光速, 只需一位有效数字)。

三. 计算题(共 5 题, 共有 84 分)

1. 试对氢原子、单电离的氦离子和二次电离的锂离子分别求其在主量子数 $n = 3$ 的状态中的最大与最小谱项值之间的波数间隔。(17 分)

2. 有一质量为 m 的粒子在三维势箱中运动, 势箱的长、宽、高各为 a, b, c , 势箱外的势能为 $V = \infty$, 势箱内的势能为 $V = 0$, 求粒子可能具有的能量。(17 分)

3. 在斯特恩—盖拉赫实验中, 处于基态的银原子束通过极不均匀的横向磁场并射到屏上, 磁场梯度为 $\partial B / \partial Z = 10^3 \text{ T} \cdot \text{m}^{-1}$, 磁极的纵向长度 $d_1 = 0.04 \text{ m}$, 磁极端面到屏的长度 $d_2 = 0.1 \text{ m}$ (如图所示), 如果原子的速率 $v = 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 在屏上两束分开的距离为 0.002 m , 试求原子磁矩在磁场方向上投影 μ_z 的大小 (忽略磁场的边缘效应)。银原子的质量为 107.90 u 。(17 分)



4. 钨的 K 吸收限为 0.0178 nm , K 线系的平均波长 λ_{k_α} 为 0.0211 nm , λ_{k_β} 为 0.0184 nm , λ_{k_γ} 为 0.0179 nm 。

(1) 试画出钨的 X 射线能级简图;

(2) 若用高压为 80 kV 的 X 射线管产生的辐射照在钨上, 利用能级图计算从 K, L 和 M 壳层击出的电子的最大动能;

(3) 若用 80 keV 的光子照射钨, 则从 N 壳层到 $n = \infty$ 之间各层击出的电子的动能范围为多大? (18 分)

5. $^1\text{H}^{35}\text{Cl}$ 吸收带的中心频率为 $f_0 = 8.66 \times 10^{13} \text{ Hz}$, 在中心两侧的各个吸收峰之间的间隔都约为 $\Delta f \approx 6 \times 10^{11} \text{ Hz}$ 。求: (1) HCl 分子的零点振动能; (2) HCl 分子的转动惯量; (3) HCl 分子的平衡距离 ($h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)。(15 分)

常数表

普朗克常数	$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4.136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$	里德堡常数	$R_\infty = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$
基本电荷	$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$	阿伏伽德罗常数	$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
复合常数	$hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$	玻耳兹曼常数	$k = 1.380 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} = 8.617 \times 10^{-5} \text{ eV} \cdot \text{K}^{-1}$
电子质量	$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$	质子质量	$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938 \text{ MeV}/c^2$
复合常数	$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm}$	玻尔磁子	$\mu_B = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1} = 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV} \cdot \text{T}^{-1}$
玻尔半径	$a_0 = 0.529 \times 10^{-10} \text{ m}$	原子质量单位	$u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931 \text{ MeV}/c^2$

中国科学院—中国科学技术大学

2004 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题参考答案

试题名称： 原子物理学

一. 选择题(共 10 题, 每题 2 分, 共 20 分)

1. B 提示:

$$\because L=0 \quad \therefore g=2$$

$$B = \frac{h\nu}{g\mu_B} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 1.40 \times 10^{10}}{2 \times 9.274 \times 10^{-24}} \text{ T} \approx 0.500 \text{ T}$$

2. A

3. B

4. D

5. D (违反拉波特定则)。

6. A

$$\text{提示: } J=L+S, \mu_J = \mu_L + \mu_S = \frac{-e(L+2S)\hbar}{2m} = \frac{-e(J-S+2S)\hbar}{2m} = \frac{-e(J+S)\hbar}{2m}$$

7. A

8. C

提示: 对 H_2 : $\mu = m_{\text{H}}/2$

$$\Delta E = h\nu_0 = \frac{h}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m_{\text{H}}}} = \hbar c \sqrt{\frac{2k}{m_{\text{H}}c^2}} = 197 \times 10 \text{ eV} \cdot \text{\AA} \sqrt{\frac{2 \times 35.5 \text{ eV} / \text{\AA}^2}{938 \times 10^6 \text{ eV}}} \\ = 0.542 \text{ eV}$$

9. B

10. C

二. 填空题(共 8 题, 每空 2 分, 共有 46 分)

1. 33; $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^3$; $^4\text{S}_{3/2}$ 。

2. $6.6 \times 10^{-25} \text{ nm}$. 提示: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

3. 转动;

4. $A(e^{\frac{ipx}{\hbar}} + e^{-\frac{ipx}{\hbar}})$; $A(e^{\frac{ipx}{\hbar}} - e^{-\frac{ipx}{\hbar}})$ 。

提示: 前者为偶宇称, 后者为奇宇称。

5. (1) $\frac{eB}{4\pi mc}$ 或 $\frac{\mu_B B}{\hbar c}$; (2) $\frac{eB}{4\pi m}$ 或 $\frac{\mu_B B}{\hbar}$; (3) $\frac{eB}{4\pi mc} \lambda^2$ 或 $\frac{\mu_B B}{\hbar c} \lambda^2$;

(4) $\lambda - \frac{eB}{4\pi mc} \lambda^2$ 或 $\lambda - \frac{\mu_B B}{\hbar c} \lambda^2$; (5) $\lambda \pm \frac{eB}{4\pi mc} \lambda^2$ 或 $\lambda \pm \frac{\mu_B B}{\hbar c} \lambda^2$

6. $4s4s$ (或 $4s^2$); $^1\text{S}_0$ (或 $4s4s\ ^1\text{S}_0$); 单(或三); 三(或单)。

7. 3; 12; 21; 3; 3; 3。

8. 3×10^{-3}

试题名称: 原子物理学

共 4 页 第 1 页

三. 计算题(共 5 题, 共有 86 分)

1. 解:

对类氢离子, 考虑相对论效应与自旋-轨道相互作用能:

$$E = -\frac{RhcZ^2}{n^2} - \frac{Rhc\alpha^2 Z^4}{n^3} \left(\frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right)$$

$$n=3, l=0, 1, 2 \quad l=0, j=1/2; \quad l=1, j=1/2, 3/2; \quad l=2, j=3/2, 5/2;$$

∴ 共有三个不同能级: E_{\max} 对应 $j_{\max} = 5/2$; (2 分)

E_{\min} 对应 $j_{\min} = 1/2$; (2 分)

$$\therefore \text{边缘谱项波数差: } \Delta\tilde{\nu} = \frac{R\alpha^2 Z^4}{n^3} \left(\frac{1}{j_{\min} + 1/2} - \frac{1}{j_{\max} + 1/2} \right) \quad (6 \text{ 分})$$

氢原子 $Z=1$

$$\Delta\tilde{\nu}_H = \frac{1.097 \times 10^7 \times 10^{-2}}{137^2 \times 3^3} \times \left(\frac{1}{1/2+1/2} - \frac{1}{5/2+1/2} \right) \text{cm}^{-1} \approx 0.144 \text{cm}^{-1} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{He}^+ \quad Z=2 \quad \Delta\tilde{\nu}_{\text{He}^+} = \Delta\tilde{\nu}_H Z^4 = 0.144 \times 2^4 \text{cm}^{-1} = 2.31 \text{cm}^{-1} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{Li}^{++} \quad Z=3 \quad \Delta\tilde{\nu}_{\text{Li}^{++}} = \Delta\tilde{\nu}_H Z^4 = 0.144 \times 3^4 \text{cm}^{-1} = 11.7 \text{cm}^{-1} \quad (2 \text{ 分})$$

----(17 分)

2. 解:

在势箱外, $V = \infty$, 所以有 $u = 0$ 。

$$\text{在势箱内, 薛定谔方程为: } -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 u = Eu, \quad (3 \text{ 分})$$

设 $u = u_x u_y u_z$, $E = E_x + E_y + E_z$, 则可分别得三个一维无限高势垒方程。

在 x 方向上, 其解为 $u_x = A \cos k_1 x + B \sin k_1 x$

$$E_x = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m} \quad (2 \text{ 分})$$

在 $x=0$ 处的边界条件导致 $A=0, u_x = B \sin k_1 x$ (3 分)

在 $x=a$ 处 $B \sin k_1 a = 0$, 因此有

$$k_1 a = n\pi \quad E_x = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m} = \frac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2ma^2} \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (3 \text{ 分})$$

同样可求得 E_y, E_z 。所以, 有

$$\psi = \sqrt{\frac{8}{abc}} \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{k\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{c}, \quad (3 \text{ 分})$$

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2} \right) \quad n, k, l = 1, 2, 3, \dots \quad (3 \text{ 分})$$

----(17 分)

3. 解:

$$\text{原子受力: } f = \mu \frac{dB}{dZ} \cos \beta = \mu_z \frac{dB}{dZ} \quad (4 \text{ 分})$$

而 $f = ma$

$$\text{故 } \mu_z = ma / \frac{dB}{dZ} \quad (4 \text{ 分})$$

而 $d_1 = vt_1$

试题名称: 原子物理学

共 4 页 第 2 页

偏移量 $z_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{d_1}{v}\right)^2$

又 $d_2 = vt_2$

偏移量 $z_2 = v_1t_2 = at_1t_2 = a\frac{d_1d_2}{v^2}$

即 $\Delta z = 2z_1 + 2z_2 = a\left(\frac{d_1}{v}\right)^2 + 2a\frac{d_1d_2}{v^2} = \frac{ad_1(d_1 + 2d_2)}{v^2}$ (3分)

故 $a = \frac{\Delta Zv^2}{d_1(d_1 + 2d_2)}$

$\mu_z = \frac{\Delta Zmv^2}{d_1(d_1 + 2d_2)} \frac{\partial B}{\partial Z}$

$= \frac{107.9 \times 1.66 \times 10^{-27} \times (5 \times 10^2)^2 \times 0.002}{0.04 \times (0.04 + 2 \times 0.10) \times 10^3}$ (6分)

$= 9.3 \times 10^{-24} (\text{J} \cdot \text{T}^{-1})$

此即一个玻尔磁子的理论值。

----(17分)

4. 解:

设 K, L, M... 能级的能量分别为 $E_1, E_2, E_3 \dots$, 而 $E_\infty = 0$ 。

(1) K 吸收限为 0.0178nm, 可知 K 电子的电离能

$|E_1| = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{1.24 \text{keV} \cdot \text{nm}}{0.0178 \text{nm}} = 69.7 \text{keV}$ (3分)

所以 $E_1 = -69.7 \text{keV}$, 由 $\lambda_{K\alpha} = 0.0211 \text{nm}$ 可知 K, L 能级的间距为

$E_2 - E_1 = \frac{hc}{\lambda_{K\alpha}} = \frac{1.24}{0.0211} = 58.8 (\text{keV})$ (2分)

$\therefore E_2 = E_1 + 58.8 = -10.9 (\text{keV})$ (2分)

同理: $E_3 = E_1 + hc/\lambda_{K\beta} = -69.7 + 1.24/0.0184 = -2.3 (\text{keV})$ (1分)

$E_4 = E_1 + hc/\lambda_{K\gamma} = -69.7 + 1.24/0.0179 = -0.4 (\text{keV})$ (1分)

据此即可作出钨的 X 射线能级图:

$E(\text{eV})$	n
0	∞
-0.4	4 (N)
-2.3	3 (M)
-10.9	2 (L)
-69.7	1 (K)

钨原子 X 射线能级简图

(2) $V = 80 \text{kV}$ 时连续谱光子的最大能量:

$E_\gamma = e \cdot V = 80 \text{keV}$ (2分)

因而从各个壳层击出的光电子最大动能:

K 层: $E_{e1} = E_\gamma - |E_1| = 80 - 69.7 = 10.3 (\text{keV})$ (1分)

L 层: $E_{e2} = E_\gamma - |E_2| = 80 - 10.9 = 69.1 (\text{keV})$ (1分)

M 层: $E_{e3} = E_\gamma - |E_3| = 80 - 2.3 = 77.7 (\text{keV})$ (1分)

(3) 同理从 N 壳层击出的光电子动能:

$E_{e1} = E_\gamma - |E_4| = 80 - 0.4 = 79.6 (\text{keV})$ (1分)

当 n 很大时, 电子的结合能忽略不计, 光电子的动能为

$E_e(n = \infty) = E_\gamma = 80 \text{keV}$ (1分)

所以从 N 层以外各层击出的光电子动能范围为 79.6 ~ 80keV (2分)

注: 若给的是原子在失去一个内层电子时能量的 X 射线能级图, 同样也是正确的。(18分)

试题名称: 原子物理学

共 4 页 第 3 页

5. 解:

$$(1) \text{ 零点能: } E_0 = \frac{1}{2} h f_0 = \frac{1}{2} \times 6.63 \times 10^{-34} \times 8.66 \times 10^{13} \text{ J} \\ = 2.87 \times 10^{-20} \text{ J} = 0.179 \text{ eV} \quad (5 \text{ 分})$$

$$(2) 2B = \frac{\Delta f}{c} = 6 \times 10^{11} \text{ Hz} / (3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) = 2 \times 10^3 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{转动惯量: } I = \frac{h}{8\pi^2 Bc} = 2.8 \times 10^{-47} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (5 \text{ 分})$$

$$(3) \mu = \frac{35}{36} \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.614 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{平衡距离: } r = \sqrt{\frac{I}{\mu}} = 1.32 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.132 \text{ nm} \quad (5 \text{ 分})$$

----(15 分)