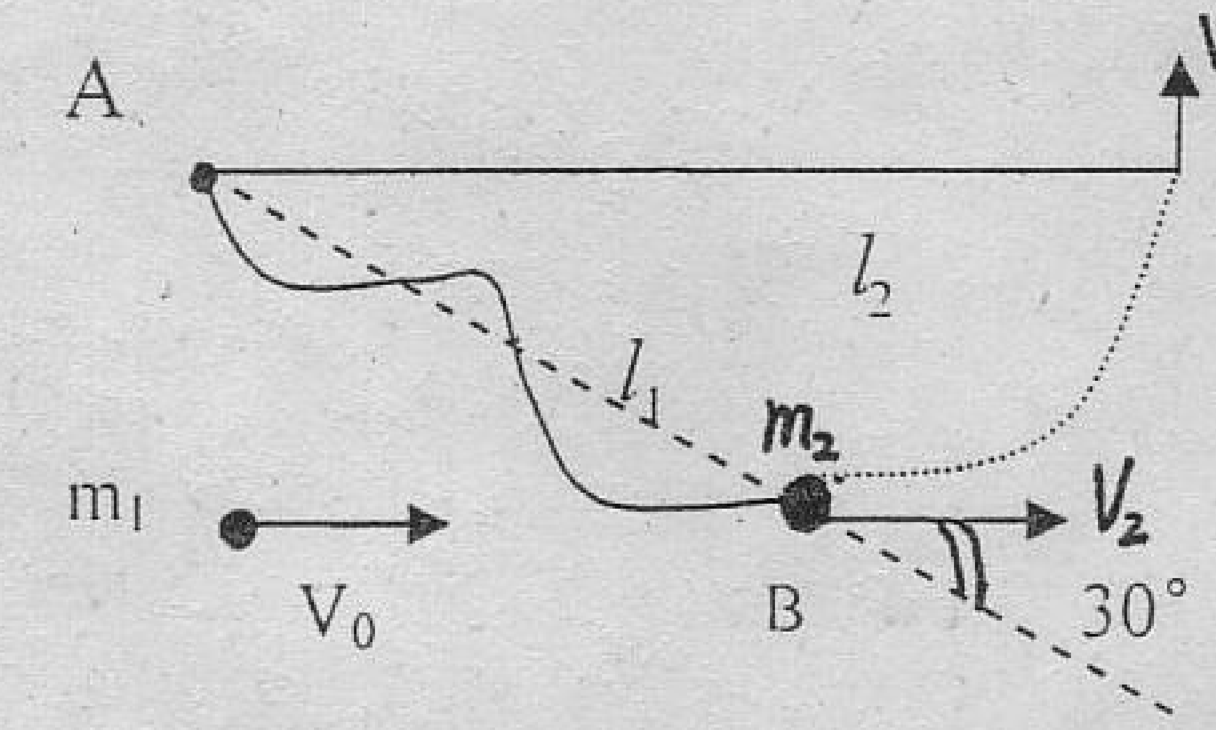
2005年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

试题名称： 普通物理 A

一、（20分）一个跳水运动员自 10m 跳台以初速为零自由下落。入水后地球对他的引力和水的浮托作用相抵消，仅受水的阻碍而减速。自水面向下取坐标轴 oy，其加速度为 $-Kv_y^2$，其中 $K=0.4m^{-1}$，v_y 为速度。求运动员速度减为入水速度 1/10 时，运动员入水深度。

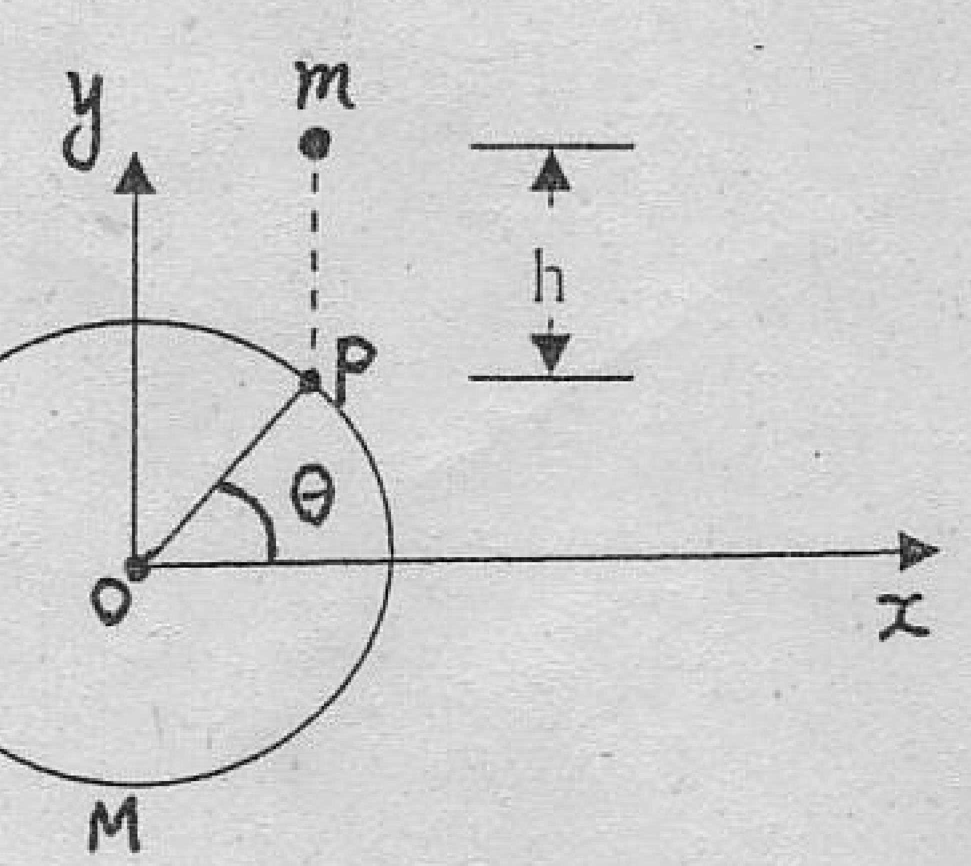
二、（20分）在光滑水平台面上，质量为 $m_2=0.2kg$ 的小球 B 通过弹性绳与固定点 A 相连，弹性绳的刚度系数为 $k=8N/m$，自然长度为 $l_0=0.6m$。另一质量为 $m_1=0.4kg$ 的小球以初速度 v_0 射向 B 球，发生弹性正碰。碰后 B 球运动中与 A 点的最大距离为 $l_2=0.8m$。碰撞时刻 B 球位置、V_0 方向及碰后 B 球速度 V_2 方向如图所示。碰撞时刻 B 球到 A 点的距离为 $l_1=0.4m$。求 V_0



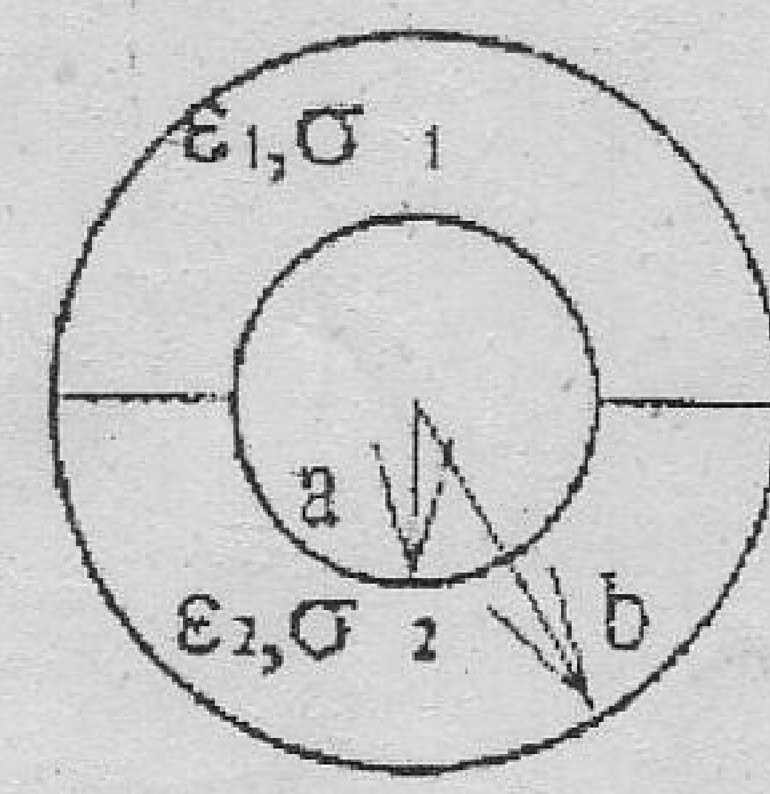
三、（15分）已知质量为 M、半径为 R 的均匀圆盘可以绕固定轴 O 无摩擦地转动。初始时刻圆盘静止，在距离 P 点高为 h 的地方一质量为 m 的粘土块从静止开始落下，落到圆盘上后粘在圆盘的边缘并与其一起转动。OP 与水平位置的夹角为 θ。（已知 M=2m）试求：

（1）碰撞瞬间圆盘的角速度 ω_0；

（2）当 P 点转到水平位置时，圆盘的角速度 ω 及角加速度 β。



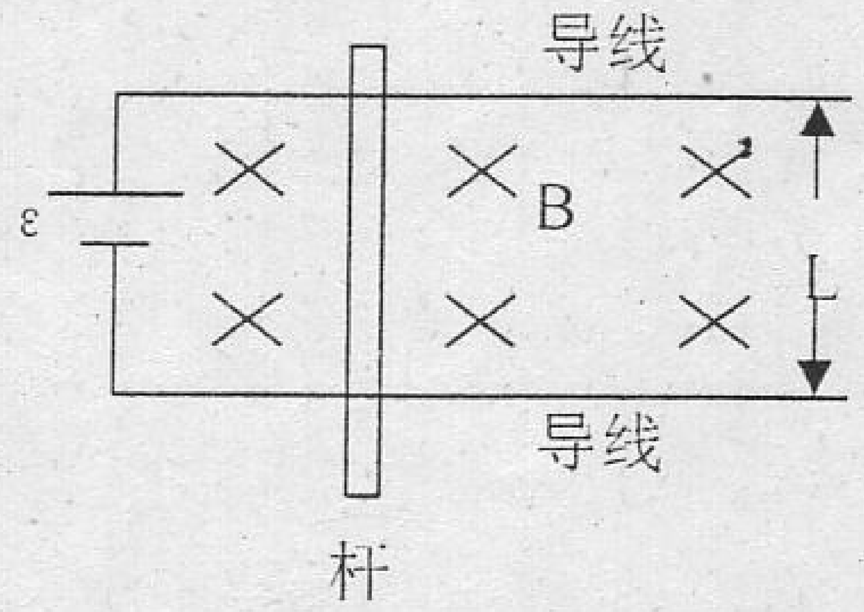
四、（20分）一长圆柱电容器，长为 L，内圆柱半径为 a，外圆柱壳半径为 b，其中两半填满均匀介质。相对介电常数和电导率分别为 ε_1、σ_1 和 ε_2，σ_2（见附图）。当通过电容器的电流为 I 时，求：



（1）电容器的电势差；
（2）内圆柱表面的自由电荷密度；
（3）通过介质 1 的总电流。

五、（15 分）考虑一个将电能转换为机械能的简易装置，如图所示。两根相互平行的长直粗导线，其电阻为零，间距为 L，接至电势差 ε 上。一根电阻为 R 的杆与导线相接触。杆作平行于导线的滑动，并总是保持和导线垂直 。一外加磁场 B 垂直于杆和导线组成的平面。

（1）设杆的质量为 m，试求杆速随时间 t 变化的表达式。假定杆启动时 t=0。
（2）如果沿杆运动的反方向施加一恒定的外力 F，问杆的稳定速度是多少？
（3）在(2)的情况下，机械效率是多少？（即电池供给的能量被转换为机械功的百分数是多少？）



六、（20 分）一螺线管长 L，横截面的半径为 a （a<<L），由 N 匝表面绝缘的细导线密绕而成。略去边缘效应。
（1）当导线中的电流为 I 时，试求管内磁场的能量 W_m；
（2）当 I 增大时，试说明能量是怎样进入管内的；
（3）当电流从零增大到 I 时，试证明进入管内的能量等于管内磁场的能量。

七、（20 分）LS 耦合和 jj 耦合是角动量耦合的两种极端情况。（1）试问：(i) 当原子中不同电子间的自旋（或轨道）作用远大于同一电子的自旋-轨道作用时，适用于何种耦合？(ii) 当同一电子的自旋-轨道作用远大于不同电子间的自旋（或轨道）作用时，则适用于何种耦合法？(iii) 对于高激发态原子或重原子多适用于何种耦合法？（2）按 LS 耦合确定 2p3d 电子组态与 2p2p 电子组态所能构成的全部原子态；写出 LS 耦合辐射跃迁选择定则；并画出 2p3d 各态直接跃迁到 2p2p 各三重态之间所有可能的跃迁。设能级均为正常次序。（不发生上述跃迁的能级可以不画）

八、（20 分） ${}^3D_3 \to {}^3F_3$ 跃迁对应的谱线，在弱磁场 B 中分裂为许多条谱线。其中满足 $\Delta M = 1$ 的谱线有多少条？它们与原谱线的波数差为多少（以洛仑兹单位表示）？若迎着磁场方向观察，这些谱线是不是右旋圆偏振光？

试题名称：　普通物理 A（313）

一、（20 分）一个跳水运动员自 10m 跳台以初速为零自由下落。入水后地球对他的引力和水的浮托作用相抵消，仅受水的阻碍而减速。自水面向下取坐标轴 oy，其加速度为 $-Kv_y^2$，其中 $K=0.4m^{-1}$，v_y 为速度。求运动员速度减为入水速度 1/10 时，运动员入水深度。

解：设运动员以初速度零起跳，至水面的速度为：

$$v_0=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times 9.8\times 10}=14m/s$$

在水中的速度为：

$$\frac{dv_y}{dt}=-kv_y^2$$

因落至不同位置，对应不同速度，故可视 v_y 为 y 的函数，即 $v_y=v_y(y)$。于是可写：

$$\frac{dv_y}{dt}=\frac{dv_y}{dy}\frac{dy}{dt}=v_y\frac{dv_y}{dy}$$

代入上式得：

$$\frac{dv_y}{dy}=-kv_y$$

$$\frac{dv_y}{v_y}=-kdy$$

做不定积分并化简得：$v_y=Ce^{-ky}$

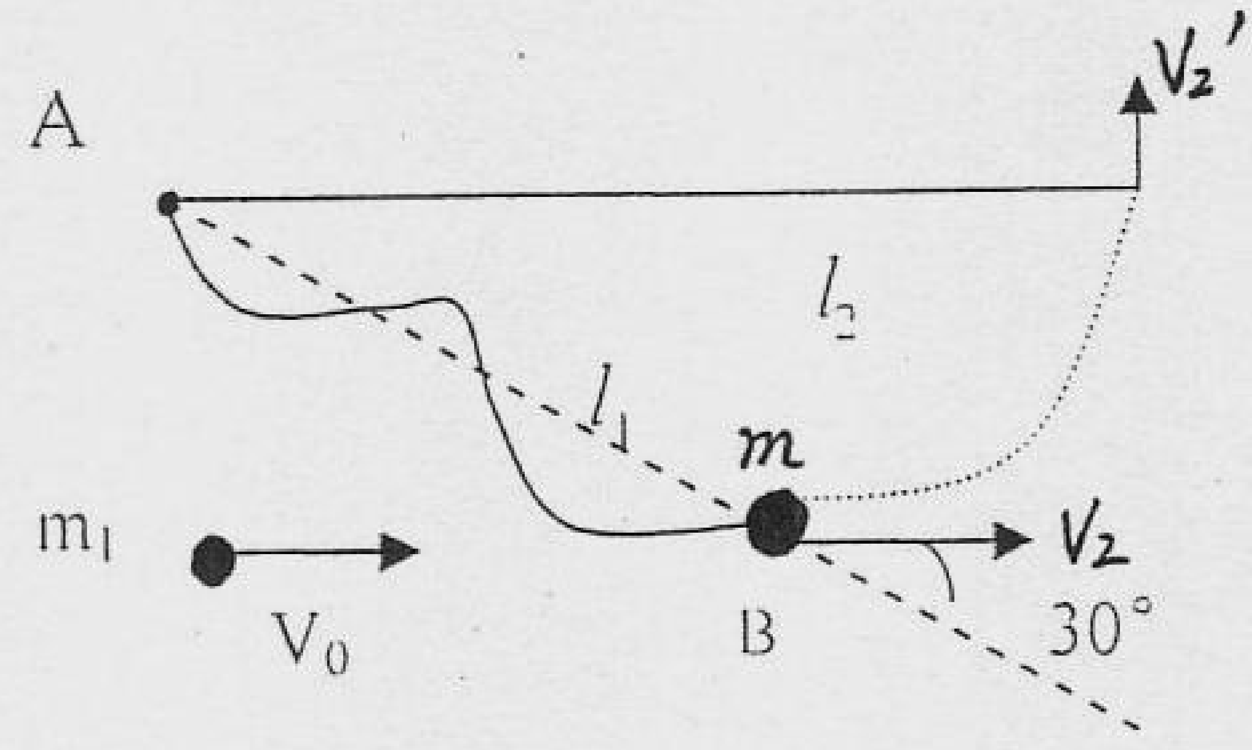
当 y=0 时，$v_y=v_0$ 代入上式求得：$C=v_0$

$$\therefore v_y=v_0e^{-ky}$$

设 $v_y=\dfrac{v_0}{10}$，将 $k=0.4m^{-1}$ 代入上式即得：

$$y=5.76m$$

二、（20 分）在光滑水平台面上，质量为 $m_2 = 0.2kg$ 的小球 B 通过弹性绳与固定点 A 相连，弹性绳的刚度系数为 $k = 8N/m$，自然长度为 $l_0 = 0.6m$。另一质量为 $m_1 = 0.4kg$ 的小球以初速度 v_0 射向 B 球，发生弹性正碰。碰后 B 球运动中与 A 点的最大距离为 $l_2 = 0.8m$。碰撞时刻 B 球位置、V_0 方向及碰后 B 球速度 V_2 方向如图所示。碰撞时刻 B 球到 A 点的距离为 $l_1 = 0.4m$。求 V_0



解：

$$\frac{1}{2}m_1v_0^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

$$m_1v_0 = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_2v_2'^2 + \frac{1}{2}k(l_2 - l_0)^2$$

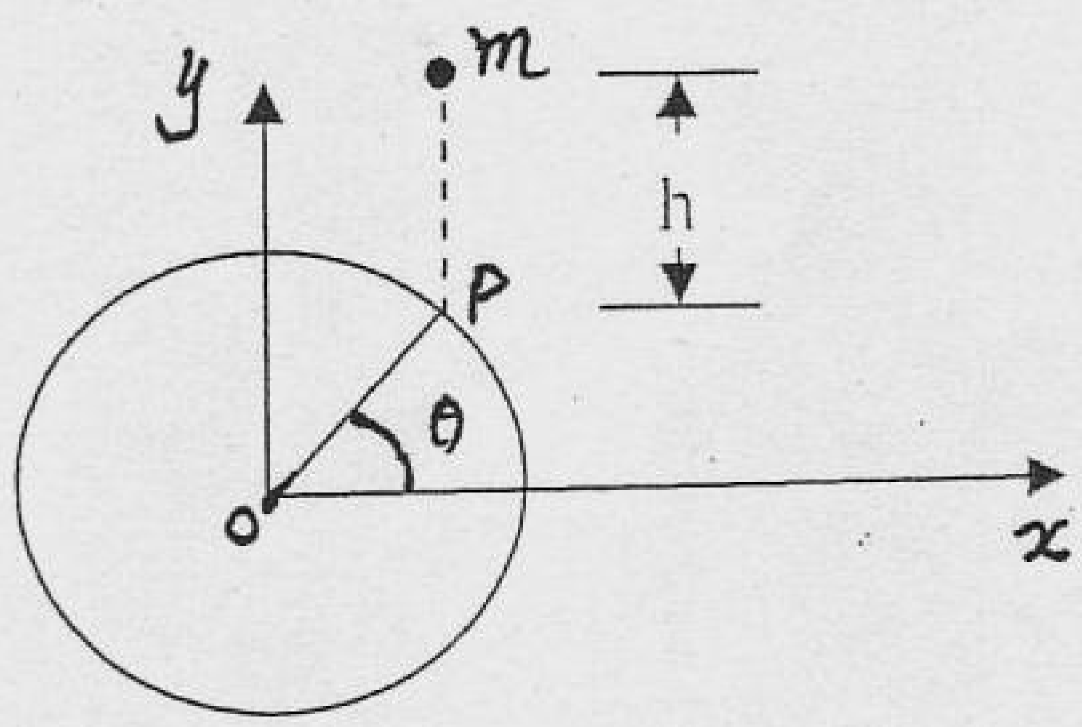
$$m_2v_2l_1\sin 30° = m_2v_2'l_2$$

解得：$v_0 = 0.98m/s$

三、（15 分）已知质量为 M、半径为 R 的均匀圆盘可以绕固定轴 O 无摩擦地转动。初始时刻圆盘静止，在距离 P 点高为 h 的地方一质量为 m 的粘土块从静止开始落下，落到圆盘上后粘在圆盘的边缘并与其一起转动。OP 与水平位置的夹角为 θ。（已知 M=2m）试求：

（1） 碰撞瞬间圆盘的角速度 ω_0;

（2） 当 P 点转到水平位置时，圆盘的角速度 ω 及角加速度 β。



解：（1）当粘土落到 P 点时的速度 $v = \sqrt{2gh}$，相对 O 点的角动量 $L = mvR\cos\theta$。粘合后的转动惯量：

$$I = I_M + I_m = \frac{1}{2}2mR^2 + mR^2 = 2mR^2$$

由角动量守恒：

$$I\varpi_0 = L$$

$$2mR^2\varpi_0 = mvR\cos\theta$$

$$\therefore \varpi_0 = \frac{\sqrt{2gh}\cos\theta}{2R}$$

（2） 由机械能守恒：

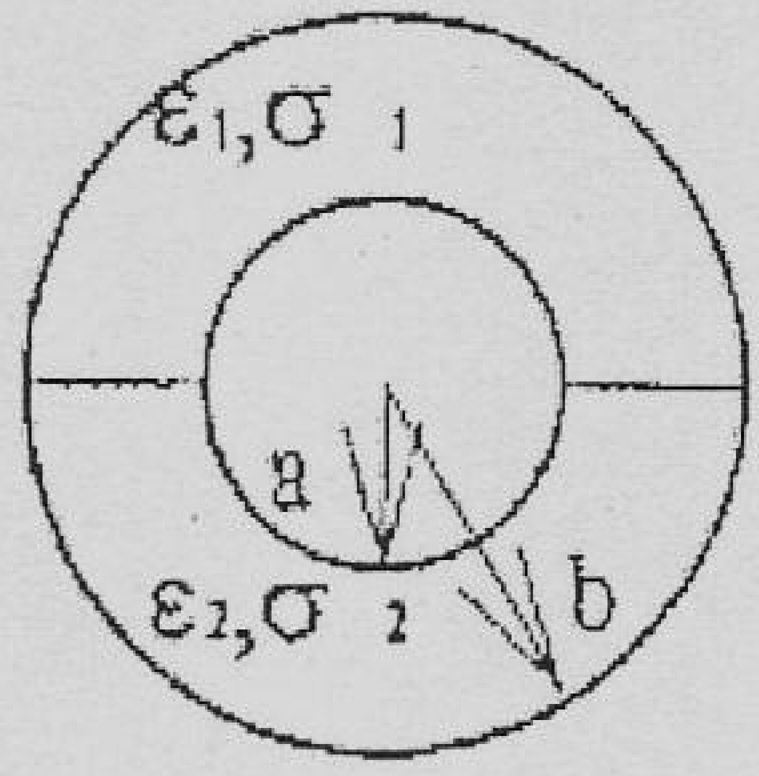
$$\frac{1}{2}I\varpi_0^2 = mgR\sin\theta + \frac{1}{2}I\varpi^2$$

$$\therefore \varpi = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{1}{2}gh\cos^2\theta - gR\sin\theta}$$

此时$mgR = I\beta$

$$\therefore \beta = \frac{g}{2R}$$

四、(20分)一长圆柱电容器，长为 L,内圆柱半径为 a，外圆柱壳半径为 b，其中两半填满均匀介质。相对介电常数和电导率分别为 ε_1、σ_1 和 ε_2，σ_2（见附图）。当通过电容器的电流为 I 时，求:



（1） 电容器的电势差;

（2） 内圆柱表面的自由电荷密度;

（3） 通过介质 1 的总电流。

解:（1）因介质界面与电力线重合，故:

$$\bar{E}_1 = E_1\hat{r} = E_2\hat{r} = \bar{E}_2 = E\hat{r}$$

取长为 L、半径为 r、与轴线共轴的圆柱面为高斯面。设内圆柱面上单位长度带电量为λ_{e0}，由高斯定理:

$$\oiint_S \bar{D}\cdot d\bar{S} = \sum_{S内} Q_0$$

$$\therefore D_1\pi rL + D_2\pi rL = \lambda_{e0}L$$

$$\varepsilon_0\varepsilon_1\pi rE + \varepsilon_0\varepsilon_2\pi rE = \lambda_{e0}$$

$$\therefore E = E_1 = E_2 = \frac{\lambda_{e0}}{\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\pi r}$$

$$\bar{j}_1 = \sigma_1\bar{E}_1 = \frac{\sigma_1\lambda_{e0}}{\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\pi r}\hat{r}.\ \bar{j}_2 = \sigma_2\bar{E}_2 = \frac{\sigma_2\lambda_{e0}}{\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\pi r}\hat{r}$$

$$I = \pi rLj_1 + \pi rLj_2 = \frac{(\sigma_1+\sigma_2)\lambda_{e0}L}{\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}$$

$$\lambda_{e0} = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)I}{(\sigma_1+\sigma_2)L}$$

$$\therefore E = \frac{I}{(\sigma_1+\sigma_2)\pi rL}$$

$$\therefore U = \int_a^b \bar{E}\cdot d\bar{r} = \frac{I}{(\sigma_1+\sigma_2)\pi L}\int_a^b\frac{dr}{r} = \frac{I}{(\sigma_1+\sigma_2)\pi L}\ln(b/a)$$

（2）由高斯定理可得内圆柱表面的自由电荷密度分别为：

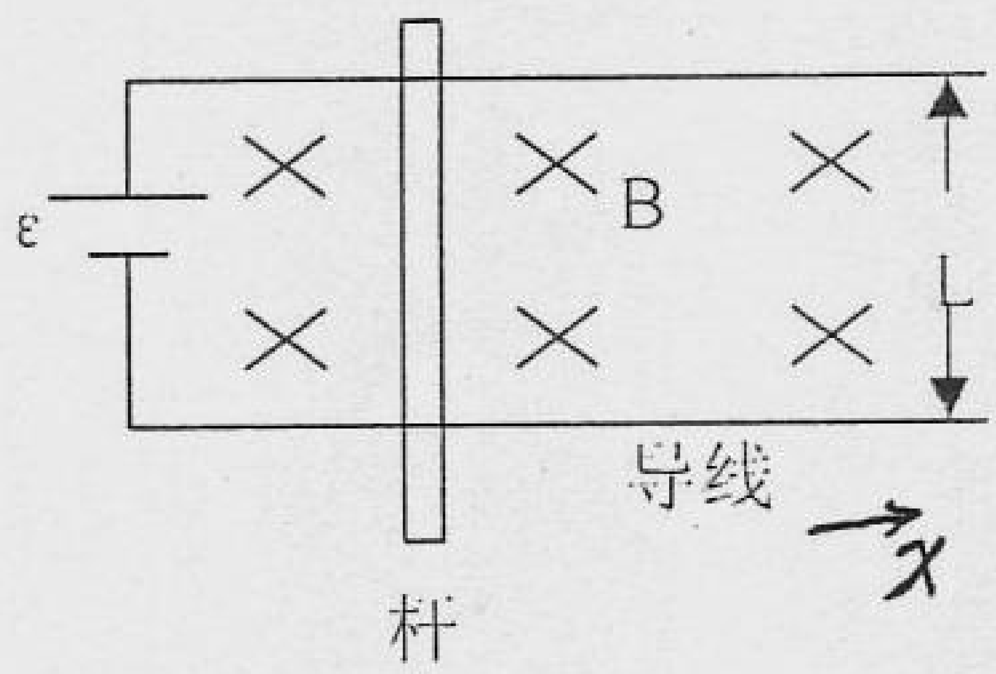
$$\sigma_{10} = D_1(r=a) = \varepsilon_0\varepsilon_1 E_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 I}{(\sigma_1+\sigma_2)\pi a L}$$

$$\sigma_{20} = D_2(r=a) = \varepsilon_0\varepsilon_1 E_2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 I}{(\sigma_1+\sigma_2)\pi a L}$$

（3）通过介质 1 的总电流为：

$$I_1 = \pi r L j_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_1+\sigma_2} I$$

五、（15 分）考虑一个将电能转换为机械能的简易装置，如图所示。两根相互平行的长直粗导线，其电阻为零，间距为 L，接至电势差 ε 上。一根电阻为 R 的杆与导线相接触。杆作平行于导线的滑动，并总是保持和导线垂直 。一外加磁场 B 垂直于杆和导线组成的平面。



（1）设杆的质量为 m，试求杆速随时间 t 变化的表达式。假定杆启动时 t=0。

（2）如果沿杆运动的反方向施加一恒定的外力 F，问杆的稳定速度是多少？

（3）在（2）的情况下，机械效率是多少？（即电池供给的能量被转换为机械功的百分数是多少？）

解：（1）在任一时刻 t，杆中流动的电流为：

$$i = \frac{\varepsilon - BvL}{R}$$

由此求得杆的运动方程为：

$$m\dot{v} = F_x = \frac{\varepsilon - BvL}{R} BL$$

这方程的解为：

$$v = \frac{\varepsilon}{BL}\left[1-\exp\left(-\frac{B^2L^2}{mR}t\right)\right]$$

上式利用了 t=0 时 v=0 这个初始条件。

（2）此时运动方程变为：

$$m\dot{v} = \left(\frac{\varepsilon - BvL}{R}\right)BL - F$$

用稳定态的条件 $\dot{v}=0$，得：

$$v = \frac{\varepsilon}{BL} - \frac{FR}{(BL)^2}$$

(3) 在（2）情况下，杆内电流 i 为：

$$i=\frac{\varepsilon-BvL}{R}=\frac{F}{BL}$$

电池供给的功率为 εi，其中转化为机械能的部分为 Fv。因而，

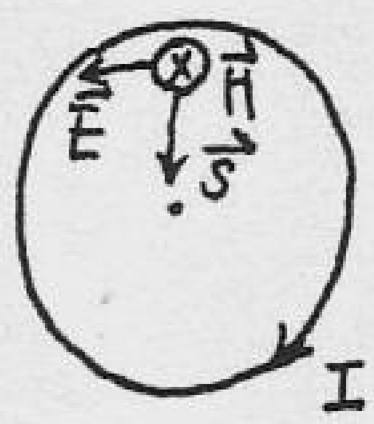
$$效率=\frac{Fv}{\varepsilon i}=1-\frac{FR}{\varepsilon BL}$$

六、(20分)一螺线管长 L，横截面的半径为 a (a<<L)，由 N 匝表面绝缘的细导线密绕而成。略去边缘效应。

1) 当导线中的电流为 I 时，试求管内磁场的能量 W_m;
2) 当 I 增大时，试说明能量是怎样进入管内的;
3) 当电流从零增大到 I 时，试证明进入管内的能量等于管内磁场的能量。

解:(1)螺线管内: $B=\mu_0 nI=\mu_0\frac{N}{l}I$，$l$ 为螺线管长度。故管内磁场的能量为:

$$W_m=w_m\cdot\pi a^2 l=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}\cdot\pi a^2 l=\frac{\pi\mu_0 N^2 a^2 I^2}{2l}$$



或: 螺线管的自感 $L=\mu_0 n^2 V=\frac{\pi\mu_0 N^2 a^2}{l}$，故得:

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{\pi\mu_0 N^2 a^2 I^2}{2l}$$

(2)当电流 I 增大时，螺线管的横截面如图示。这时 $\bar{H}$ 向内，蜗旋电场 $\bar{E}$ 与 I 的方向相反，电磁场的能流密度 $\vec{S}=\bar{E}\times\bar{H}$ 向螺线管内部。这表明，当电流增大时，电磁场的能量是穿过螺线管的侧面进入螺线管内的。

(3)单位时间进入螺线管内的能量为:

$$\frac{dW_m}{dt}=S\cdot 2\pi al=EH\cdot 2\pi al=\frac{1}{2\pi a}\frac{d\Phi}{dt}nI\cdot 2\pi al=nIl\frac{d}{dt}(\pi a^2\cdot\mu_0 nI)$$

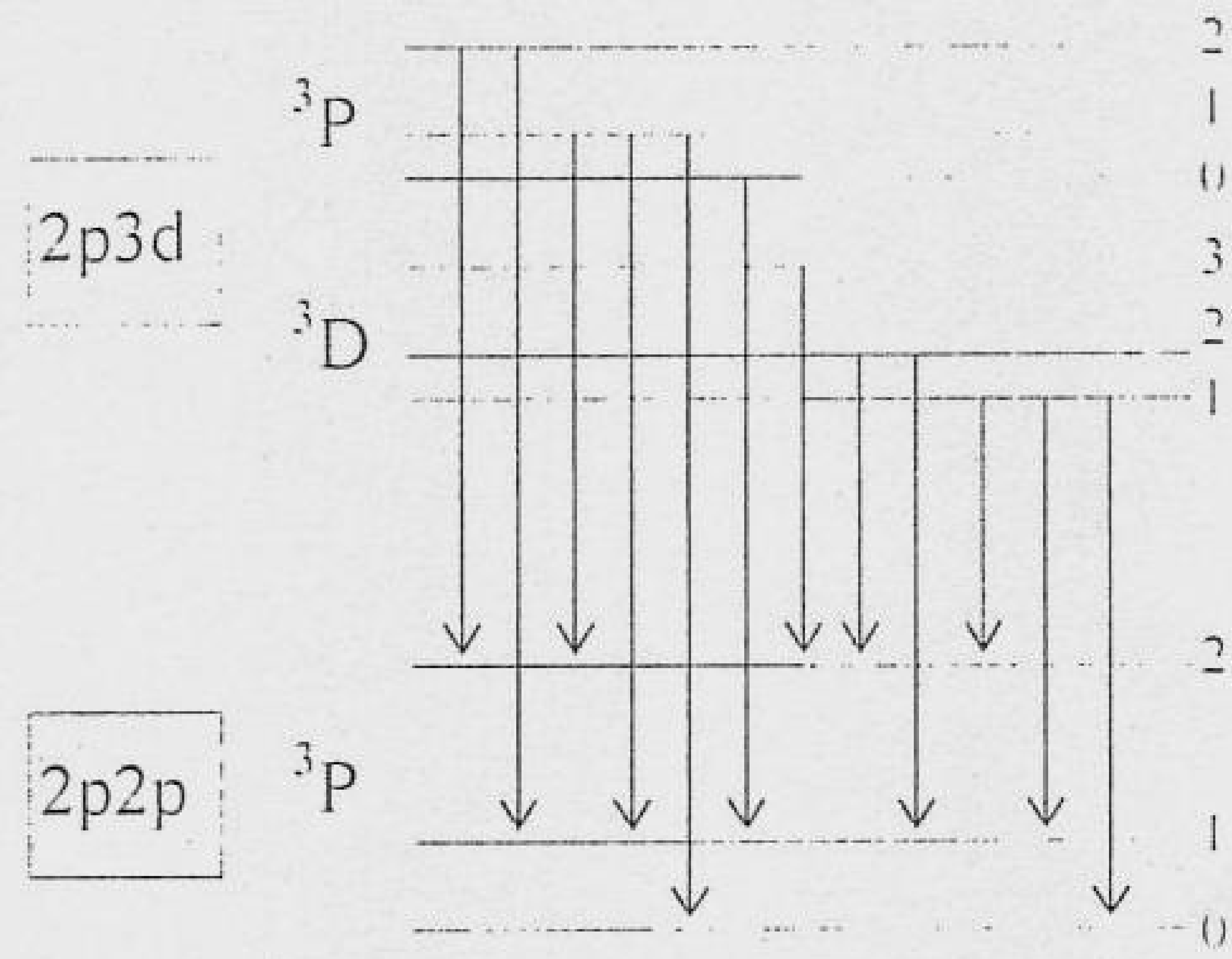
$$=\pi\mu_0 n^2 a^2 lI\frac{dI}{dt}=\frac{1}{2}\frac{\pi\mu_0 N^2 a^2}{l}\frac{dI^2}{dt}=\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}LI^2)$$

积分便得: $W_m=\frac{1}{2}LI^2$。表明进入管内的能量等于管内的磁场能量。

七、(20分) LS 耦合和 jj 耦合是角动量耦合的两种极端情况。(1)试问: (i) 当原子中不同电子间的自旋(或轨道)作用远大于同一电子的自旋-轨道作用时，适用于何种耦合? (ii) 当同一电子的自旋-轨道作用远大于不同电子间的自旋(或轨道)作用时，则适用于何种耦合法? (iii) 对于高激发态原子或重原子多适用于何种耦合法? (2)按 LS 耦合确定 2p3d 电子组态与 2p2p 电子组态所能构成的全部原子态; 写出 LS 耦合辐射跃迁选择定则; 并画出 2p3d 各态直接跃迁到 2p2p 各三重态之间所有可能的跃迁。设能级均为正常次序。(不发生上述跃迁的能级可以不画)

解：（1）(i) LS 耦合；(ii) jj 耦合；(iii) jj 耦合。

（2）2p3d 构成的原子态有：



$^3F_{4,3,2}$； $^3D_{3,2,1}$； $^3P_{2,1,0}$；

$^1F_3$ ； $^1D_2$ ； $^1P_1$ ；

2p2p 构成的原子态有：

$^1S_0$； $^3P_{2,1,0}$ ； $^1D_2$；

跃迁选择定则：

$\sum_i l_i = 奇 \Leftrightarrow \sum_i l_i = 偶$。

$\Delta S = 0$；

$\Delta L = 0, \pm 1$；

$\Delta J = 0, \pm 1$（$0 \to 0$ 除外）。

可能的跃迁如图。

八、（20 分） $^3D_3 \to {}^3F_3$ 跃迁对应的谱线，在弱磁场 B 中分裂为许多条谱线。其中满足 $\Delta M = 1$ 的谱线有多少条？它们与原谱线的波数差为多少（以洛仑兹单位表示）？若迎着磁场方向观察，这些谱线是不是右旋圆偏振光？

解：

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

$^3D_3 \to {}^3F_3$

$^3D_3$ $S_2=1$ $L_2=2$ $J_2=3$ $g_2=4/3$

$M_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$； $M_2 g_2 = 0, \pm\frac{4}{3}, \pm\frac{8}{3}, \pm 4$；

$^3F_3$ $S_1=1$ $L_1=3$ $J_1=3$ $g_1=13/12$

$M_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$； $M_1 g_1 = 0, \pm\frac{13}{12}, \pm\frac{13}{6}, \pm\frac{13}{4}$；

$\Delta M = 1$ $M_2 = M_1 + 1$

$$\Delta(\frac{1}{\lambda}) = (M_2 g_2 - M_1 g_1)\mathrm{L} = [(M_1+1)g_2 - M_1 g_1]\mathrm{L}$$

$$\therefore \Delta(\frac{1}{\lambda}) = (\frac{1}{4}M_1 + \frac{4}{3})\mathrm{L} \qquad M_1 = 0, \pm 1, \pm 2, -3$$

$\therefore$ 它们与原谱线的波数差为 $\Delta(\frac{1}{\lambda}) = (\frac{7}{12}, \frac{10}{12}, \frac{13}{12}, \frac{16}{12}, \frac{19}{12}, \frac{22}{12})\mathrm{L}$

共有六条谱线；若迎着磁场方向观察，这些谱线不是右旋圆偏振光。