*说明：全部答题包括填空、选择题必须答在考点下发的答题纸上，否则，一律无效。

试题名称： 电动力学 A

一．选择题（每题4分，共20分，答在答题纸上!!!）

1. 介电常数为ε的无限均匀各向同性介质中的电场为E。如果在介质中沿电场方向挖一窄缝，则缝中电场强度为

A. $\dfrac{\varepsilon_0 E}{\varepsilon}$，　B. $\dfrac{(\varepsilon-\varepsilon_0)E}{\varepsilon_0}$，　C. $\dfrac{\varepsilon E}{\varepsilon_0}$，　D. E。

2. 电荷为q的点电荷处于介电常数为ε的均匀介质中，则点电荷附近的极化电荷为：

A. $(1-\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon})q$；　B. $(\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon}-1)q$；　C. εq；　D. $\dfrac{q}{\varepsilon}$。

3. 一电偶极子$\vec{P}$平行于接地导体平面（$\vec{P}$到平面的距离很小）。设过$\vec{P}$与导体平面垂直的平面为xy平面，则系统的电四极矩的分量满足：

A. $D_{xx}=D_{xy}=0, D_{yy}\neq 0$，　B. $D_{zz}=D_{yz}=0, D_{xz}\neq 0$

C. $D_{xx}=0, D_{xy}\neq 0, D_{zz}\neq 0$，　D. $D_{yz}=0, D_{xy}\neq 0, D_{zx}\neq 0$

E. $D_{xy}\neq 0, D_{xx}=D_{yy}=0$。

4. 面积为S的面元与均匀磁场$\vec{B}$平行，面元法向$\vec{n}$与$\vec{B}$方向垂直，则与$\vec{n}$同向一侧的磁场对面元的作用力为：

A. $\dfrac{1}{2\mu_0}B^2S\vec{n}$，　B. 0，　C. $-\dfrac{1}{2\mu_0}B^2S\vec{n}$，　D. $-\dfrac{1}{4\mu_0}B^2S\vec{n}$。

5. 一飞船空间仓以相对于地面的速度v运动，一物体由仓顶部落下，空间仓上的观察者所测的时间是地面上观察者所测的时间的$1/\sqrt{5}$倍，则空间仓飞行速度为：

A. $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ c，　B. c，　C. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$c，　D. $\dfrac{4}{5}$c 。

二．填空题（每题5分，共20分，答在答题纸上!!!）

1. 有两个电量都为Q的点电荷A和B，相距2b，在它们的联线的中点放一个半径为a接地导体球$(b>a)$，则每一个点电荷受力大小为__________。

2. 设半径为 a，高为 l 的圆柱体磁介质（磁导率为 μ），处于均匀磁场 $\vec{B}$ 中均匀磁化，$\vec{B}$ 与柱轴平行。求该圆柱体磁介质中的总磁能（忽略边缘效应）__________。

3. 某实验室需要能传递频率为 $f=5\times10^9$ 赫兹的 TE_{11} 型微波，实验室有如下几种尺寸的矩形波导管（长度单位为厘米）：$(a)2\times6,(b)4\times5,(c)3\times8,(d)4\times8$。问：哪几种尺寸波导管可供选择______________。

4. 在地面上的激光器发出波长为 λ 的沿 x 方向传播的一束激光，则相对于地面以速度 v 沿 x 方向运动的飞船上测得该激光束的波长是____________。

三. 1. 写出积分形式的麦克斯韦方程组和洛伦茨力密度公式；（10 分）

2. 考虑频率为 ω 的电磁波在电导率为 σ 的金属导体中的传播：（20 分）

（1）写出金属良导体条件的表达式；

（2）证明：在良导体条件下，电荷只能分布在导体表面上。

四. 磁导率为 μ 的均匀磁介质充满整个空间，且介质中的磁感应强度为 $\vec{B}$。如果在介质中挖去半径为 R 的介质球，求球内外的磁感应强度。（30 分）

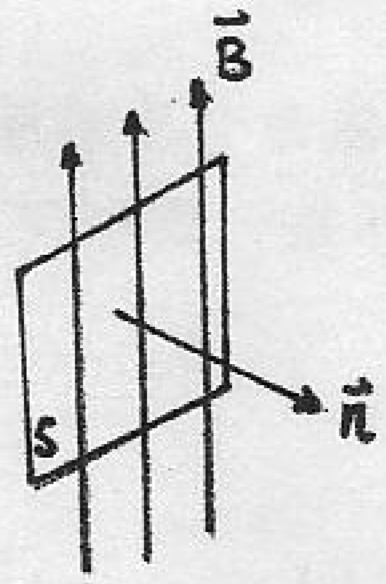
五. 有一原子团，设它的极化率为 $\alpha(\omega)$，处于电磁场 $\vec{E}=E_0e^{i(kx-\omega t)}\vec{e}_z$ 之中。该原子团位于坐标原点，它的体积为 V，且原子线度远小于电磁波长。试求：（25 分）

（1）此原子在远处的辐射电磁场；

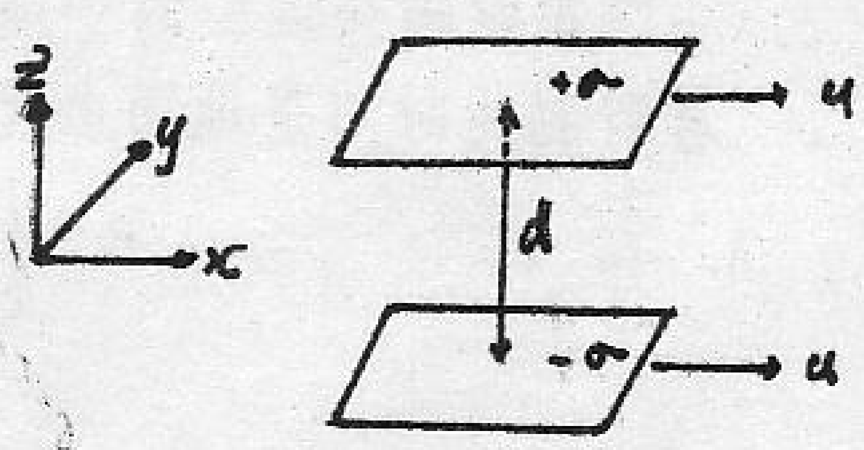
（2）电偶极辐射的平均能流密度；

（3）辐射总功率。

六. 两块平行放置的非导电平板，彼此相距为 d，板面垂直于 z 轴，上下两板分别有均匀电荷密度 $+\sigma$ 和 $-\sigma$，如本题图所示。两板一起以速度 u 相对与地面沿 x 方向运动。试求：在地面参考系观测，两板间的电场与磁场的大小与方向（忽略边缘效应）。（25 分）



第一题 4 小题图



第六题图

科目名称:	电动力学 A

一. 填空题:

1. D; 2. B; 3. E; 4. C; 5. A.

二.

1. $\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0}[\frac{1}{4b^2}-\frac{a/b}{(b-a^2/b)^2}-\frac{a/b}{(b+a^2/b)^2}]$;

2. $\frac{\pi B^2R^2l}{2\mu}$;

3. (b), (d);

4. $\lambda\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$。

三. 30分

1.(10分)

积分形式的麦克斯韦方程组为:(每一公式2分)

$$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{Q}{\varepsilon_0},$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\frac{d}{dt}\iint \vec{B}\cdot d\vec{S},$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\iint \vec{j}\cdot d\vec{S}+\mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\iint \vec{E}\cdot d\vec{S},$$

$$\oiint \vec{B}\cdot d\vec{S}=0。$$

洛伦兹力密度公式:(2分)

$$\vec{f}=\rho\vec{E}+\vec{j}\times\vec{B}。$$

2. (20分)

(1)理想导体条件:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}\gg 1。\qquad (1)(5分)$$

(2)证明:考虑在导体中某一区域初始电荷密度为ρ_0,

由方程

$$\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0},\ j=\sigma\vec{E},\qquad (2)(3分)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot\vec{j}=0,\qquad (3)(3分)$$

容易得到:

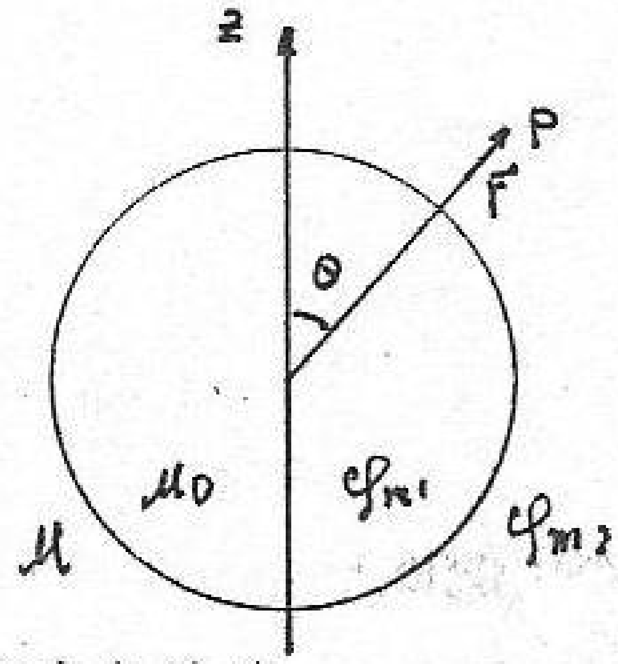
$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\rho\,, \qquad (4)(3分)$$

解得:

$$\rho(t)=\rho_0\exp(-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t) \qquad (5)(3分)$$

因此，只要条件（1）满足，在远小于波周期时间尺度内，$\rho(t)$，因此，电荷只能分布在导体表面上。(3分)

四.（30分）解：如图，半径为 R 的球内为真空，球外为磁导率 μ 的均匀介质。建立球坐标系，取球心为原点，取 z 轴沿 $\vec{B}$。由于本题无传导电流，所以采用磁标势解题。设求内外磁标势为 $\varphi_{m1},\varphi_{m2}$，它们在球内外所满足的方程为:（2分）



$$\nabla^2\varphi_{m1}=0\,, \qquad (1)$$

$$\nabla^2\varphi_{m2}=0\,, \qquad (2)(3分)$$

由题意，边界条件为:

$$\varphi_{m1}=\varphi_{m2},\ (r=R)\,, \qquad (3)$$

$$\mu_0\frac{\partial\varphi_{m1}}{\partial r}=\mu\frac{\partial\varphi_{m2}}{\partial r},\ (r=R)\,, \qquad (4)(3分)$$

自然边条件为:

$$\varphi_{m1}\to 有限\,(r\to 0),\quad \varphi_{m2}\to -(B/\mu)r\cos\theta,\ (r\to\infty)\,, \qquad (5)(3分)$$

由问题的对称性和自然边条件（5），球内外的标势的解可写为:

$$\varphi_{m1}=\sum a_n r^n P_n(\cos\theta), \qquad (6)$$

$$\varphi_{m2}=-\frac{B}{\mu}r\cos\theta+\sum\frac{b_n}{r^{n+1}}P_n(\cos\theta), \qquad (7)(3分)$$

将上两式代入边条件（3）和（4），容易得到:

$$\sum a_n R^n P_n(\cos\theta),=-\frac{B}{\mu}R\cos\theta+\sum\frac{b_n}{R^{n+1}}P_n(\cos\theta), \qquad (8)$$

$$\sum\mu_0 n a_n R^{n-1}P_n(\cos\theta),=-B\cos\theta-\mu\sum\frac{(n+1)b_n}{R^{n+2}}P_n(\cos\theta), \qquad (9)(4分)$$

由（8）和（9）解得:

$$a_1=-\frac{3}{\mu_0+2\mu}B,\ b_1=\frac{\mu_0-\mu}{\mu(\mu_0+2\mu)}B\,,\ a_n=b_n=0\quad (n\geq 2), \qquad (10)(5分)$$

球内外的标势:

$$\varphi_{m1}=-\frac{3B}{\mu_0+2\mu}\cos\theta,\ \varphi_{m2}=-\frac{B}{\mu}(r-\frac{\mu_0-\mu}{\mu_0+2\mu}\frac{R^3}{r^2})\cos\theta, \qquad (11)\ (4分)$$

求得球内外磁感应强度为:

$$\vec{B}_1=\mu_0\vec{H}_1=-\mu_0\nabla\varphi_{m1}=\frac{3\mu_0}{\mu_0+2\mu}B\vec{e}_z, \qquad (12)$$

$$\vec{B}_2=\mu\vec{H}_2=-\mu\nabla\varphi_{m2}=B\vec{e}_z+\frac{\mu_0-\mu}{\mu_0+2\mu}\frac{R^3}{r^3}[3(\vec{B}\cdot\vec{e}_r)\vec{e}_r-B\vec{e}_z], \quad (13)\quad (3分)$$

五. 解:(1)此原子的电偶极矩为:

$$\vec{P}=\varepsilon_0V\alpha\vec{E}=\varepsilon_0V\alpha E_0e^{-i\omega t}\vec{e}_z, \qquad (1)(5分)$$

$$\vec{B}(\vec{R},t)=\frac{\left|\ddot{\vec{P}}\right|}{4\pi\varepsilon_0c^3R}e^{i(kR-\omega t)}\sin\theta\vec{e}_\phi, \qquad (2)(5分)$$

$$=\frac{\alpha VE_0\omega^2}{4\pi c^3R}e^{i(kR-\omega t)}\sin\theta\vec{e}_\phi$$

$$\vec{E}(\vec{R},t)=\frac{\left|\ddot{\vec{P}}\right|}{4\pi\varepsilon_0c^2R}e^{i(kR-\omega t)}\sin\theta\vec{e}_\theta, \qquad (3)(5分)$$

$$=\frac{\alpha VE_0\omega^2}{4\pi c^2R}e^{i(kR-\omega t)}\sin\theta\vec{e}_\theta$$

(2)平均能流密度:

$$\bar{\bar{S}}=\frac{\left|\ddot{\vec{P}}\right|^2}{32\pi^2\varepsilon_0c^3R^2}\sin^2\theta\vec{e}_R, \qquad (4)(5分)$$

$$=\frac{\varepsilon_0\alpha^2V^2E_0^2\omega^4}{32\pi^2c^3R^2}\sin^2\theta\vec{e}_R$$

(3)总辐射功率:

$$P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\left|\ddot{\vec{P}}\right|^2}{3c^3}=\frac{\varepsilon_0\alpha^2V^2E_0^2\omega^4}{12\pi c^3}。 \qquad (5)(5分)$$

六. 解：设S,S'分别为地面参考系和随平行板一起运动的参考系。在S'参考系中，电场和磁场为：

$$E_x' = E_y' = 0, \quad E_z' = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \qquad (1)(3分)$$

$$B_x' = B_y' = B_z' = 0, \qquad (2)(2分)$$

由相对论电磁场分量变换公式，可求得：

$$E_x = E_x' = 0, \qquad (3)(3分)$$

$$E_y = \frac{E_y' + uB_z'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = 0, \qquad (4)(3分)$$

$$E_z = \frac{E_z' - uB_y'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{-\sigma/\varepsilon_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, \qquad (5)(3分)$$

$$B_x = B_x' = 0, \qquad (6)(3分)$$

$$B_y = \frac{B_y' - \frac{u}{c^2}E_z'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\sigma u/\varepsilon_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, \qquad (7)(3分)$$

$$B_z = \frac{B_z' + \frac{u}{c^2}E_y'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = 0, \qquad (8)(3分)$$

电场方向沿 z 轴反方向，而磁场沿 y 轴方向。(2分)