2008 年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

（普通物理 A）

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

1. （15 分）在水平的车厢底板上有一质量为 m、半径为 r 的匀质小球，当车厢以加速度 a_0 做匀加速运动时，小球无滑动的向车厢后部滚动，求小球球心对车厢的加速度。

解：以车厢为参考系，小球受重力 mg、支持力 N、摩擦力 f 及惯性力 $-ma_0$ 作用，其做无滑滚动的基本方程及约束方程为

$$mg-N=0$$

$$ma_0-f=ma$$

$$fr=I\beta$$

$$a=r\beta$$

其中 $I=\frac{2}{5}mr^2$ 为小球的转动惯量

解得：$a=\frac{5}{7}a_0$

2. （20 分）两滑块的质量分别为 m_A 与 m_B，用劲度系数为 k 的轻弹簧将他们相联并置于光滑的水平面上。将他们略微靠拢后同时松开，求系统的振动频率。

解：在地面系中用牛顿定律解

两滑块的运动方程为
$$m_1\frac{d^2x_1}{dt^2}=k(x_2-x_1-l_0)$$
$$m_2\frac{d^2x_2}{dt^2}=-k(x_2-x_1-l_0)$$

l_0 为弹簧的固有长度

所以 $\frac{d^2(x_2-x_1)}{dt^2}+k(\frac{m_1+m_2}{m_1m_2})(x_2-x_1)=kl_0\frac{m_1+m_2}{m_1m_2}$

显然是简谐振动方程

其振动圆频率为 $\omega=\sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1m_2}}$

3. （20 分）一质量数为 42 的静止粒子，蜕变成两个碎片，其中一个碎片的静质量为 20，以速度 $0.6c$ 运动。求另一碎片的动量 p，能量 E，静质量 m_0（1 原子质量单位 $=1.66\times10^{-27}$ 千克）。

解：由动量守恒

$$p=\frac{20\times 1.66\times 10^{-27}}{\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}}\times 0.6c=7.47\times 10^{-18}\text{千克}\cdot\text{米}/\text{秒}$$

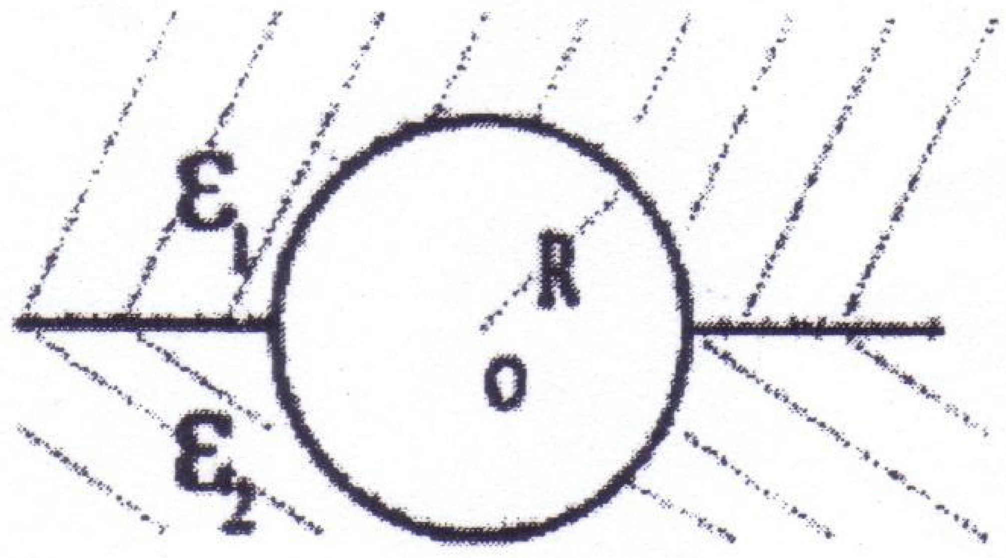
由能量守恒 $E=42\times 1.66\times 10^{-27}\cdot c^2-\dfrac{20\times 1.66\times 10^{-27}}{\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}}c^2=2.54\times 10^{-9}$焦

又$E^2=m_0^2c^4+p^2c^2$， $\therefore m_0=\dfrac{\sqrt{E^2-P^2c^2}}{c^2}=1.34\times 10^{-26}$千克$=8$个质量数

4. （20分）一导体球外充满两半无限电介质，相对介电常数分别为ε_1、ε_2，介质界面为通过球心的无限平面。设导体半径为R，总电荷量为q，求空间电场分布和导体球表面的自由电荷分布。

解：建立球坐标系，原点为球心。场线平行介质的分界面，$E_{1t}=E_{2t}$，由$\vec{D}_1=\varepsilon_0\varepsilon_1\vec{E},\vec{D}_2=\varepsilon_0\varepsilon_2\vec{E}$

又：$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=q \;\therefore 2\pi r^2D_1+2\pi r^2D_2=q$



题 4 图

$$\therefore E=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)r^2}$$

$$\therefore \vec{D}_1=\varepsilon_0\varepsilon_1\vec{E}=\frac{\varepsilon_1 q}{2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)r^2}\hat{r}$$

$$\vec{D}_2=\varepsilon_0\varepsilon_2\vec{E}=\frac{\varepsilon_2 q}{2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)r^2}\hat{r}$$

故与ε_1接触的半球面上的自由电荷密度：$\sigma_1=D_1|_{r=a}=\dfrac{\varepsilon_1 q}{2\pi a^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}$

与ε_2接触的半球面上的自由电荷密度：$\sigma_2=D_2|_{r=a}=\dfrac{\varepsilon_2 q}{2\pi a^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}$

5. （15分）一铜导线载有电流I，I均匀地分布在它的横截面上。已知导线横截面的半径为R，铜内参加导电的自由电子数密度为n，电子的电量为$-e$。求这导线的轴线与表面的电势差U。

解：导线内离中轴线r处的磁场$\vec{B}$：

$$B=\frac{\mu_0}{2\pi r}\frac{I\pi r^2}{\pi R^2}=\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r\ \text{方向如图示}$$

导电的电子平均速度为$\bar{u}$，受洛仑兹力向轴线偏转。$F_m=euB$，产生的$\vec{E}$指向轴线，则洛仑兹力变为：$\vec{F}=e(\vec{E}+\vec{u}\times\vec{B})$，当$\vec{E}+\vec{u}\times\vec{B}=0$时，电子不再偏转，达到稳定流动。

$$\therefore \vec{E} = -\vec{u} \times \vec{B}$$

由此电势差：$U = \int_0^R \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_0^R (\vec{u} \times \vec{B}) \cdot d\vec{r} = -\int_0^R uBdr = -\frac{\mu_0 Iu}{2\pi R^2} \int_0^R rdr = -\frac{\mu_0 Iu}{4\pi}$

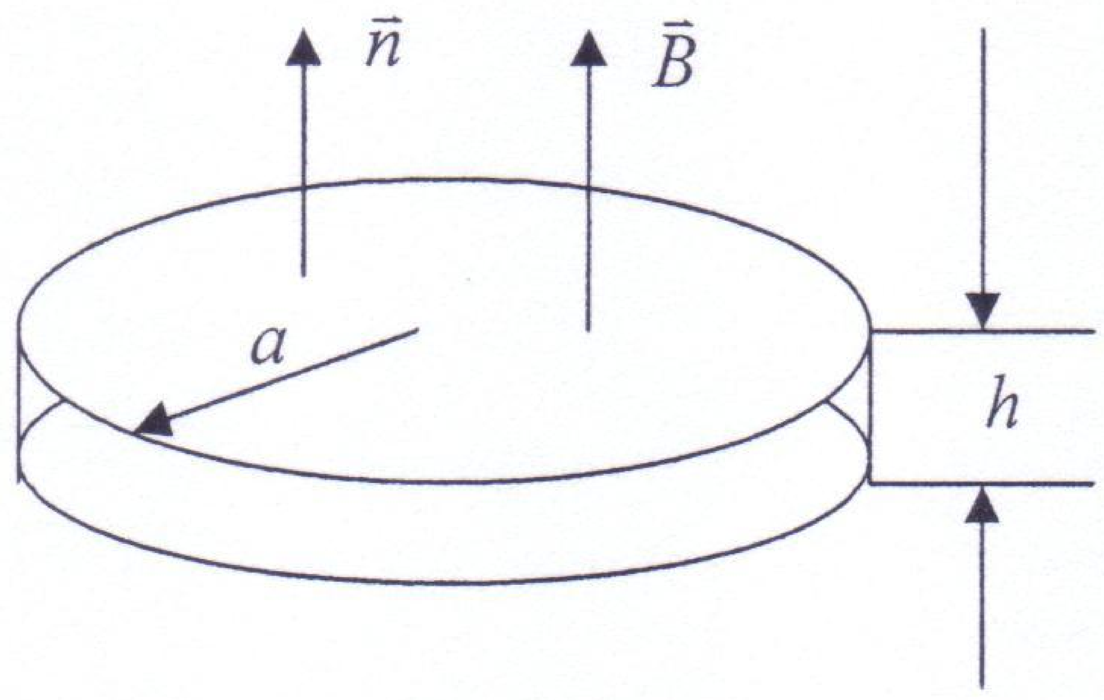
轴线上的电势低于表面电势。

又 $\vec{j} = ne\vec{u}, j = -neu, \because j = \frac{I}{\pi R^2} \therefore u = -\frac{I}{ne\pi R^2} \quad \therefore U = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 R^2 ne}$

6. （20 分）一薄圆板导体半径为 a，厚为 h，均匀磁场 $B = B_0 \cos\omega t$ 垂直穿过导体圆面。初始时刻的方向如图所示。圆板的电阻率 ρ 很高，以至感应电流的磁场可忽略。求：

（1） 圆板内的电流密度 $\vec{j}$；

（2） 求电流消耗的平均功率。



题 6 图

解：（1）由欧姆定律：$\vec{j} = \sigma\vec{E} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$

由麦氏第二方程：

$$E \cdot 2\pi r = -\frac{d}{dt}(B_0 \cos\omega t \cdot \pi r^2) = B_0 \pi r^2 \omega \sin\omega t$$

$$E = \frac{1}{2} rB_0 \omega \sin\omega t$$

$$\therefore \vec{j} = \frac{1}{2\rho} B_0 r\omega \sin\omega t \vec{e}_\varphi$$

（2）涡流消耗的功率密度：$p = \frac{1}{\rho}E^2 = \frac{1}{4\rho} r^2 B_0^2 \omega^2 \sin^2\omega t$

瞬时总功率：

$$P = \iiint_V pdV = \iiint_V p \cdot 2\pi rhdr = \frac{\pi h}{2\rho} B_0^2 \omega^2 \sin^2\omega t \int_0^a r^3 dr = \frac{\pi h a^4}{8\rho} \omega^2 B_0^2 \sin^2\omega t$$

平均功率：$\overline{P} = \frac{1}{T}\int_0^T Pdt = \frac{1}{16\rho}\pi h a^4 \omega^2 B_0^2$

7. （20 分）试确定 $^{10}Ne, ^{14}Si, ^{15}P$ 的电子组态与原子的基态（均按 LS 耦合）。

解：^{10}Ne 的电子组态为：$(1s)^2(2s)^2(2p)^6$，恰好填满第二主壳层，结构高度对称而稳定，故有：$L = S = J = 0$，原子基态为：$^1S_0$；

^{14}Si：电子组态为：$(1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^2(3p)^2$，价电子 $(3p)^2$ 有关的量子数为：

$$l_1 = l_2 = 1, s_1 = s_2 = \frac{1}{2}$$

$$L = 0,1,2; S = 0,1$$

又据洪特法则和泡利原理只能取 $S = 1, L = 1$。按正常次序，J 值最小的态能量最低，故取 $J = 0$。所以 ^{14}Si 的基态为：$S = 1, L = 1, J = 0$，原子态为：$^3P_0$；

^{15}P：电子组态为$(1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^2(3p)^3$，价电子$(3p)^3$，同理，据洪特法则和泡利原理有：$S=\frac{3}{2},L=0,J=\frac{3}{2}$，原子态为$^4S_{3/2}$。

8. （20 分）毕克林系是在星球的He^+光谱中被发现的。它是He^+中的电子从较高能级跃迁到$n=4$能级发射的。

（1）列出属于这一线系的谱线的波长的准确公式；

（2）求该线系系限的波长；

（3）这个线系在光谱中的哪个区域？

（4）若He^+处于基态，求电离能。

（计算时取$R_{He}hc=13.60eV$）

解：（1）$\frac{1}{\lambda}=R_{He}Z^2(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{n^2})=4R_{He}(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{n^2})\qquad n=5,6,7\ldots$

（2）　系限（$n\to\infty$）的波长为：

$$\frac{1}{\lambda_\infty}=4R_{He}\cdot\frac{1}{4^2}\qquad\therefore\lambda_\infty=\frac{4hc}{R_{He}hc}=\frac{4\times1240}{13.6}=364.7(nm)$$

（3）　该系的最大波长为：

$$\lambda_{\max}=\frac{hc}{4R_{He}hc(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{5^2})}=\frac{1240}{13.60\times(\frac{4}{16}-\frac{4}{25})}=1013.1(nm)$$

属近红外到可见光区。

（4）He^+基态的电离能为：

$$E_\infty=|E_1|=R_{He}hcZ^2=13.60\times2^2=54.4(eV)$$

2008 年硕士学位研究生入学考试试题

（普通物理 A）

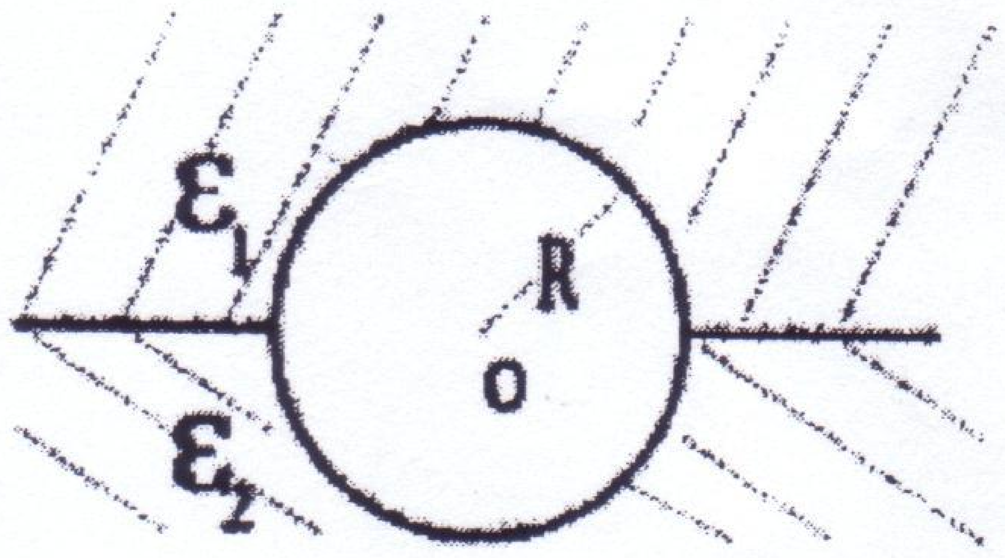
所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

1. （15 分）在水平的车厢底板上有一质量为m、半径为r的匀质小球，当车厢以加速度a_0做匀加速运动时，小球无滑动的向车厢后部滚动，求小球球心对车厢的加速度。

2. （20 分）两滑块的质量分别为m_A与m_B，用劲度系数为 k 的轻弹簧将他们相联并置于光滑的水平面上。将他们略微靠拢后同时松开，求系统的振动频率。

3. （20 分）一质量数为 42 的静止粒子，蜕变成两个碎片，其中一个碎片的静质量为 20，以速度$0.6c$运动。求另一碎片的动量p，能量E，静质量m_0（1 原子质量单位$=1.66\times10^{-27}$千克）。

4. （20 分）一导体球外充满两半无限电介质，相对介电常数分别为ε_1、ε_2，介质界面为通过球心的无限平面。设导体半径为R，总电荷量为q，求空间电场分布和导体球表面的自由电荷分布。



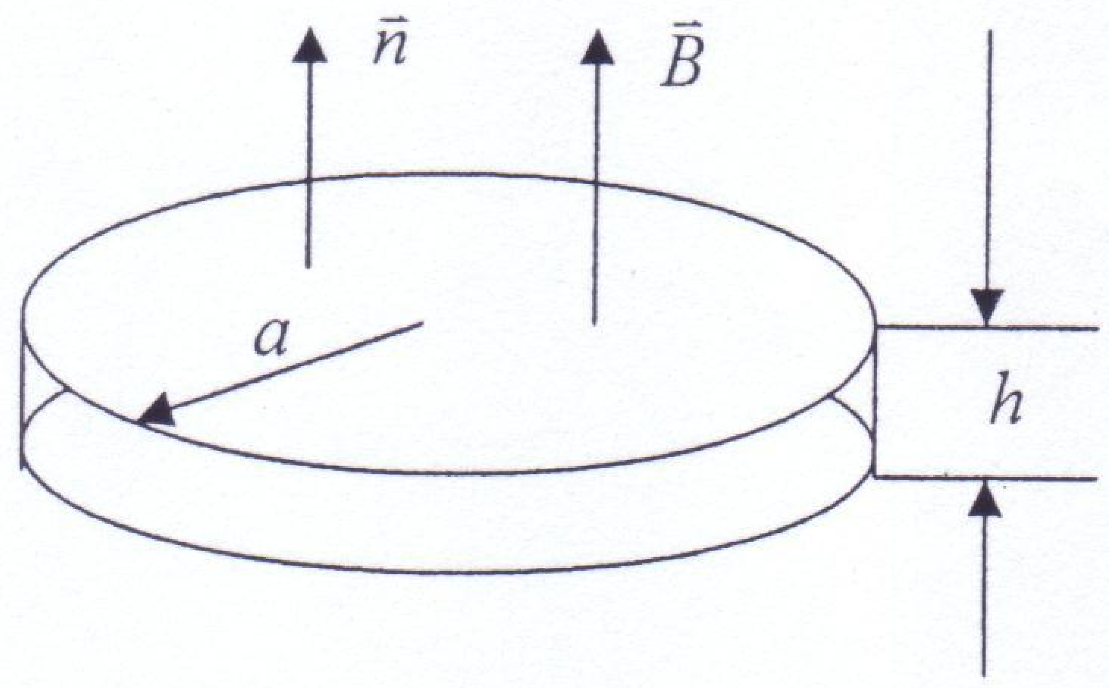
题 4 图

5. （15 分）一铜导线载有电流I，I均匀地分布在它的横截面上。已知导线横截面的半径为R，铜内参加导电的自由电子数密度为n，电子的电量为$-e$。求这导线的轴线与表面的电势差U。

6. （20 分）一薄圆板导体半径为a，厚为h，均匀磁场$B=B_0\cos\omega t$垂直穿过导体圆面。初始时刻的方向如图所示。圆板的电阻率ρ很高，以至感应电流的磁场可忽略。求：

   （1） 圆板内的电流密度$\vec{j}$；

   （2） 电流消耗的平均功率。



题 6 图

7. （20 分）试确定$^{10}Ne,^{14}Si,^{15}P$的电子组态与原子的基态（均按 LS 耦合）。

8. （20 分）毕克林系是在星球的He^+光谱中被发现的。它是He^+中的电子从较高能级跃迁到$n=4$能级发射的。

   （1）列出属于这一线系的谱线的波长的准确公式；

（2）求该线系系限的波长；
（3）这个线系在光谱中的哪个区域？
（4）若 He^+ 处于基态，求电离能。
（计算时取 $R_{He}hc = 13.60eV$）