

中国科学院大学
2013 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：高等数学（丙）

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一、选择题 (本题满分 40 分，每小题 5 分。请从每个题目所列的四个选项选择一个适合放在空格中的项，并将你的选择标清题号写在考场发的答题纸上，直接填写在试题上无效。每题的四个备选项中只有一个是正确的，不选、错选或多选均不得分。)

1. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n}) =$ ()。
(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$
2. 函数 $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{x(x-1)}$ 的可去间断点为 ()。
(A) $x=0$ 和 1 (B) $x=0$ (C) $x=1$ (D) 无可去间断点
3. 设 $f(x)$ 可导， $F(x) = f(x)(1+|\sin x|)$ ，欲使 $F(x)$ 在 $x=0$ 处可导，则必有 ()。
(A) $f'(0)=0$ (B) $f(0)=0$ (C) $f(0)+f'(0)=0$ (D) $f(0)-f'(0)=0$
4. 设 a 是正实数，则 $\int_{-a}^a [f(x)+f(-x)] \sin x dx =$ ()。
(A) 0 (B) π (C) $2f(a)$ (D) $[f(a)+f(-a)] \sin a$
5. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n-1}n+6^n a}{6^n n}$ 收敛，则 a 的取值为 ()。
(A) 小于 0 (B) 大于 0 (C) 等于 0 (D) 任意实数

6. 设二元函数 $z = f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 点处的偏导数 $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_0, y_0)}$ 和 $\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{(x_0, y_0)}$ 都存在, 则

$f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 点 ()。

(A) 连续且可微

(B) 连续但不一定可微

(C) 可微但不一定连续

(D) 不一定可微也不一定连续

7. 设 A 、 B 均为 3 阶矩阵, 且行列式 $|A| = 2$, $|B| = -3$, 则行列式 $|(\frac{1}{2}A)^{-1}B^T| =$ ()。

(A) -12

(B) -6

(C) 6

(D) 12

8. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = AB^{-1}$, 则矩阵 C^{-1} 中, 第 3 行第 2 列的元素是 ()。

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) $\frac{3}{2}$

二、(本题满分 10 分) 设 $u = e^{-x} \sin \frac{x}{y}$, 求二阶导数 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ 及其在 $x = 2, y = \frac{1}{\pi}$ 处的值。

三、(本题满分 10 分) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $F(x) = \int_0^x (x^2 - t^2)f'(t)dt$ 的导数与 x^2 为等价无穷小。求 $f'(0)$ 。

四、(本题满分 10 分) 计算二重积分 $\iint_D |y - x^2| dx dy$, 其中积分区域 D 为正方形区域 $|x| \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ 。

五、(本题满分 10 分) 求级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)x^{2n+1}$ 的收敛域及和函数。

六、(本题满分 10 分) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 且满足

$$f(t) = 2 \iint_{x^2+y^2 \leq t^2} (x^2 + y^2) f(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy + t^4,$$

求 $f(x)$ 的解析表达式。

七、(本题满分 10 分) 求微分方程 $y'' + y' = 2x^2 + 1$ 的通解。

八、(本题满分 10 分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} (1, -1, 0)$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & x & 1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, 且矩阵 $AB + B$ 的秩为

2, 求 x 的值。

九、(本题满分 10 分) 设 n 维向量 $\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3$

ERROR: limitcheck
OFFENDING COMMAND: string

STACK:

66038
33018
32512
33019