

2000年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目: 离散数学

适用专业: 计算机科学与技术

一. 判断下列命题的正误, 对的划上对号, 错的划上错号. (每小题1分)

1. 对于任何集合 A 都有: A 的基数小于其幂集的基数. ()
2. 设 R 和 R' 是集合 A 上的等价关系, 则 $R \cup R'$ 必为 A 上的等价关系. ()
3. 有理数集 Q 和通常的小于等于关系 \leq 构成一个偏序集. ()
4. 阶为 2000 的群可能包含 98 阶子群. ()
5. 任何无限集都包含一个可数子集. ()
6. 阶数不超过 5 的群均为交换群. ()
7. 如果图 G 至少有两个结点, 那么其必有两个结点度相等. ()
8. 在任何图中, 度数为奇数的结点数必为奇数个. ()
9. 图的最大度小于结点数. ()
10. 无向图的结点间的连通性是该图的结点集上的一个等价关系. ()
11. 任何有限偏序集都有最大元和最小元. ()
12. 模格一定是分配格. ()
13. 函数是一种关系. ()
14. 所有无理数构成的集合与所有实数构成的集合等势. ()
15. 设 $\langle A, \leq \rangle$ 是一个格, B 是 A 的非空子集且 $\langle B, \leq \rangle$ 构成格, 则格 $\langle B, \leq \rangle$ 是格 $\langle A, \leq \rangle$ 的子格. ()
16. 如果集合 A 有 n 个元素, 则在 A 上有 2^{2^n} 种不同的关系. ()
17. 设 f 是群 G 到群 H 的同态映射, 那么, f 为满射当且仅当同态核 $\text{Ker}(f) = \{e\}$, 这里 e 是群 H 的幺元(即单位元). ()
18. 循环群的子群仍为循环群.
19. 在半群中, 乘法满足消去律. ()
20. 欧拉图一定是连通图. ()

二. 求 $P \vee Q \rightarrow Q \wedge R$ 的析取范式和合取范式. (18分)

三. 一棵树有两个结点度数为 6, 一个结点度数为 5, 三个结点度数为 4, 其余结点的度数均为 1. 问该树有几个结点? (18分)

四. 把公式 $(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$ 转化为前束范式. (18分)五. 设 $\langle A, +, \cdot \rangle$ 是一个环, 并且对任意的 $a \in A$ 都有 $a^2 = a$. 证明:

- a) 对于任意的 $a \in A$, 都有 $a + a = 0$;
- b) $\langle A, +, \cdot \rangle$ 是交换环. (18分)

六. 设 $\langle F, +, \cdot \rangle$ 是有理数域 $\langle Q, +, \cdot \rangle$ 的子域, 即 F 是 Q 的子集且 $\langle F, +, \cdot \rangle$ 是域, 这里 $+$ 和 \cdot 分别是普通数的加法和乘法. 求证, $F=Q$. (8分)