download.kaoyan.com

05 硕士学位单考研究生入学试题（A 卷）

考试科目：高等数学；　　满分：150 分

适用专业：石油大学（北京）各专业

所有试题答案写在试题本上，答案写在试卷上无效

一、填空题：（每题 5 分）

1. $f(e^{x-2})=3x-1$，求 $f(x)=($　　$)$ 及它的定义域（　　）。

2. 极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin(e^x)}{\ln\ln x}=$（　　）。

3. 若 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-1}{\sin x}, & x<0\\ a & x=0\\ b+x\sin\dfrac{1}{x}, & x>0\end{cases}$ 在 x=0 处连续，则 a=（　　），b=（　　）。

4. $\int\dfrac{\ln(1+x^2)}{x^3}dx=$（　　）。

5. 设由 $xy-e^x+e^y=0$ 确定的函数为 $y=y(x)$，则微分 dy=（　　）。

6. 函数 $f(x)=ax^3-6ax^2+b$ 在区间 $[-1\quad 2]$ 上的最大值为 3 与最小值为 $-29\ (a>0)$ 则 a=（　　），b=（　　）。

7. 函数 $f(x)=\dfrac{x^2-3x}{|x|(x^2-9)}$ 的跳跃间断点是 x=（　　）。

二、单项选择题：（每题 5 分）

1. 当 $x\to 0$ 时，函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2}\cos\dfrac{1}{x}$ 是（　　）。

A.无穷小量；　B.无穷大量；　C.有界量但非无穷小量；　D.无界但非无穷大量。

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{1+e^{1/(x-1)}}, & x\neq 1\\ 0, & x=1\end{cases}$，则 $f(x)$ 必有（　　）。

A. $f(x)$ 在 1 点间断；

B. $f(x)$ 在 1 点处连续但不可导；

C. $f(x)$ 在 1 点处可导，但导数在 1 处不连续；

D. $f(x)$ 在 1 点处有连续的导数。

download.kaoyan.com

3. 设 $x\to 0$ 时，$(e^x-1)\ln(1+x)$ 是 $x\sin(x^{n/3})$ 的（　　）。

A. 高阶无穷小；　B. 低阶无穷小；　C. 同阶无穷小但非等价；　D. 等价无穷小。

4. 方程 $\int_0^x \sqrt{1+t^4}\,dt+\int_{\cos x}^0 e^{-t^2}dt=0$ 根的个数是（　　）。

A. 0；　B. 1；　C. 2；　D. 3。

5. 设 $f(x),g(x)$ 在 x_0 点某邻域内具有二阶可导，且 $f(x_0)=g(x_0)=0$，$f'(x_0)g'(x_0)<0$，则（　　）。

A. x_0 不是 $f(x)g(x)$ 的驻点；

B. x_0 是 $f(x)g(x)$ 的驻点，但不是极值点；

C. x_0 是 $f(x)g(x)$ 的驻点，且是它的极小值点；

D. x_0 是 $f(x)g(x)$ 的驻点，且是它的极大值点。

6. 函数 $f(x)=x|x(x-1)(x-2)|$ 的不可导的点（　　）。

A. $x=1,x=2$；　B. $x=1$；

C. $x=0$；　D. $x=2$。

7. 设 $f(x)$ 是连续函数，且 $f(0)=0,f'(0)\neq 0$，$F(x)=\int_0^x (x^2-t^2)f(t)dt$ 当 $x\to 0$ 时，$F'(x)$ 与 x^k 是同阶无穷小，则 k=（　　）。

A.1；　B. 2；　C. 3；　D. 4。

三、（13 分）求极限 $\lim\limits_{x\to 0^+}(\cot x)^{\frac{1}{\ln x}}$。

四、（13 分）求由曲线的参数方程 $\begin{cases} x=t(1-\sin t) \\ y=t\cos t \end{cases}$ 所确定的函数 $y=y(x)$ 的二阶导数 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$。

五、（13 分）求曲线 $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ 在点 $(\frac{\sqrt{2}}{4}a,\frac{\sqrt{2}}{4}a)$ 处的切线和法线方程。

六、（14 分）描绘函数 $y=e^{-(x-1)^2}$ 的图形。

七、（13 分）求曲线 $y=e^x$ 与其过原点的切线及 y 轴围成的图形面积。

八、（14 分）t 为何值时，曲线 $y=x^2$ 与直线 $x=0,x=1$，以及 $y=t,(0<t<1)$ 所围成的面积最小，并求此面积？