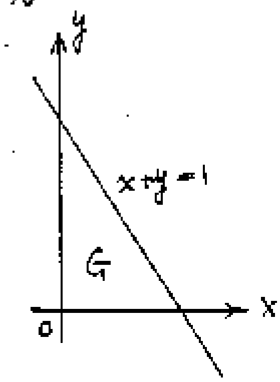
1998年北京邮电大学概率论考研试题

1. 设甲、乙两人进行射击比赛，已知甲乙的命中目标的概率各为0.999和0.001，谁先命中目标谁胜；若一轮比赛中同时命中目标则为和局，比赛结束；试求乙胜概率。 (20分)

2. 设随机向量(ξ,η)的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} Ce^{-2(x+y)}, & 0<x、y<+\infty \\ 0, & 其它 \end{cases}$$



试求：(1) 常数C；

(2) 联合分布函数$F(x,y)$；

(3) ξ、η的边际分布函数和密度；

(4) (ξ,η)落在图区域G内的概率。 (15分)

3. 设r.v ξ与η的分布函数与密度各为$F_\xi(x)$、$F_\eta(y)$与$f_\xi(x)$、$f_\eta(y)$，试证对一切$|\alpha|\le 1$，函数

$$f(x,y)=f_\xi(x)f_\eta(y)[1+\alpha(2F_\xi(x)-1)(2F_\eta(y)-1)]$$

是一两维分布密度，且其边际密度恰为$f_\xi(x)$与$f_\eta(y)$。(15分)

4. 设两离散r.v ξ、η的联合分布密度为

$$f(x,y)=\frac{1}{3}\delta(x-2)\delta(y-1)+\frac{1}{3}\delta(x-3)\delta(y-1)+\frac{1}{3}\delta(x-A)\delta(y-A)$$

此处$\delta(\cdot)$为迪拉克函数。试求(1)ξ与η不相关时所有的A值；(2)ξ与η独立时所有的A值。(15分)

5. 设$\{\xi_n, n\geq 1\}$为r.v列，记$S_n=\sum_{k=1}^{n}\xi_k$，若$|S_n|<nc$且$DS_n>\alpha n^2$，其中$c>0$，$\alpha>0$；试证对$\{\xi_n\}$大数定律不适用。(15分)

6. 设r.v ξ的分布函数为$F(x)$，对应的特征函数为$\varphi(t)$（即$\varphi(t)=Ee^{it\xi}$），则对$\tau>0$及每一有限正数b，必存在数$C_1=C_1(a,b,\tau)>0$，使有

$$C_1\max_{|t|\leq b}|\bar{\varphi}(t)-1|\leq\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^2}{1+x^2}\,d\bar{F}(x)$$

其中 $a=\int_{|x|<\tau}x\,dF(x)$，$\bar{\varphi}(t)=e^{-iat}\varphi(t)$，$\bar{F}(x)=F(x+a)$ (20分)