

1998年北京邮电大学工程数学考研试题
 考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1. 设 $n \times n$ 矩阵 ($n \geq 2$) (15分)

$$A = \begin{bmatrix} n & & & \\ & n & -1 & \\ & -1 & \ddots & \\ & & & n \end{bmatrix}$$

- ① 求 A 的全部特征根;
 ② 求 A 的几个相互正交的特征向量;
 ③ A^2 是否为正定矩阵? 为什么?
2. 试就 a 与 b 的各种取值情况, 讨论下列方程组的解. 若有解, 求出之. (15分)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (a+2)x_2 - (b+2)x_3 = 3 \\ -3ax_2 + (a+2b)x_3 = -2 \end{cases}$$

3. 设 a_1, a_2, \dots, a_n 为 n 个向量, 而 (10分)

$$b_1 = a_1 + a_2, b_2 = a_2 + a_3, \dots, b_{n-1} = a_{n-1} + a_n, b_n = a_n + a_1$$

证明: ① 当 $n=2k$ 时 ($k \geq 1$), b_1, \dots, b_n 线性相关;

② 当 $n=2k+1$ 时 ($k \geq 1$), 若 b_1, \dots, b_n 线性相关, 则 a_1, \dots, a_n 亦然.

4. 设 A 与 B 各为 m 阶及 n 阶方阵, 且都可逆, 而 C 为 $n \times m$ 矩阵, 试求矩阵

$$\begin{bmatrix} A & 0 \\ C & B \end{bmatrix}$$

之逆矩阵. (10分)

5. 任取一正整数, 试求该数的平方的个位数是1的概率。(10分)

6. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布密度为

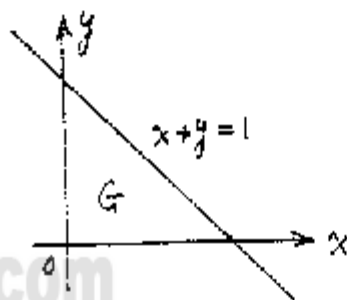
$$f(x, y) = \begin{cases} c e^{-2(x+y)}, & 0 < x < +\infty, 0 < y < +\infty; \\ 0, & \text{其它;} \end{cases}$$

试求 (1) 常数 c ;

(2) 分布函数 $F(x, y)$;

(3) 边缘分布函数与边缘分布密度;

(4) (X, Y) 落在下图区域 G 内的概率。



(10分)

7. 设 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{\pi R^3} (R - \sqrt{x^2 + y^2}), & x^2 + y^2 \leq R^2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

试求 $E\{X\}$, $D\{X\}$, $E\{Y\}$ 及 $D\{Y\}$.

(15分)

8. 盒中的电阻值

阻值(Ω)	允许偏差		总计
	5%	10%	
22	10	14	24
47	28	16	44
100	24	8	32
总计	62	38	100

在一盒子中有100只电阻, 其阻值和允许偏差如右表所示。现从该盒中任取一只电阻, 设每只电阻被选中是等可能的。记事件

A: "抽一只47 Ω 电阻"

B: "抽一只允许偏差为5%的电阻"

C: "抽一只100 Ω 电阻"

试问 A, B, C 是否统计独立? (15分)